Siebenter Jahresbericht

der

Realschule II. Ordnung zu Reudnitz,

mit welchem zu den

am 14. und 15. März 1883

stattfindenden

öffentlichen Prüfungen

sowie

zur Entlassung der Abgehenden

Freitag, den 16. März, vormittags 10 Uhr,

im Namen des Lehrerkollegiums ergebenst einladet

Direktor Dr. J. Heubner.

Inhalt:

Druck von B. G. Teubner in Leipzig.
1883.

1883. Progr. Nr. 522.

Grundzüge der Geschichte der elementaren Arithmetik.

Quellen: Chasles, Die Geschichte der Geometrie, übersetzt von Sohncke. 1839. — Nesselmann, Die Algebra der Griechen. 1842. — Biernatzki, Die Arithmetik der Chinesen; Crelles Journal für Math. Bd. 52. — Alex. v. Humboldt, Über die bei verschiedenen Völkern üblichen Systeme von Zahlzeichen; Crelles Journal f. Math. Bd. 4. — Cantor, Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker. 1863. — Friedlein, Die Zahlzeichen und das elementare Rechnen der Griechen und Römer und des christlichen Abendlandes vom 7. bis 13. Jahrhundert. 1869. — Hankel, Zur Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. 1874. — Wildermuth, Rechnen; Schmidts Encyklopädie des gesamten Erziehungs- und Unterrichtswesens. Bd. 6.

Einleitung.

Solange es Schulen irgendwelcher Art giebt, solange unterrichtet wird, findet sich das Rechnen unter den Lehrobjekten. Alle Schulordnungen neuerer und älterer Zeit fordern den Rechenunterricht. Rechnen wurde gelehrt in den im 13. Jahrhunderte errichteten Stadtschulen. Zu den sieben freien Künsten, die in den Kloster- und Domschulen gepflegt wurden, gehörte die Arithmetik. Die römischen Knaben hatten ihre Calculatores. Weltberühmte Mathematiker sind die alten Griechen. Wie tief diese in das Wesen der Zahl einzudringen versuchten, erhellt daraus, daß die Pythagoreer die Zahl zum Gegenstande philosophischer Spekulationen machten und auf sie ihr philosophisches System gründeten, indem sie die Zahl als das Princip und Wesen aller Dinge erklärten. Pythagoras bildete aus den fünf regulären Körpern das Princip seiner Kosmogonie, weshalb man sie die fünf Weltfiguren, figurae mundanae, nannte. Sie repräsentieren die vier Elemente und das Universum; die Erde besteht aus Würfeln, das Feuer aus Tetraedern, die Luft aus Oktaedern, das Wasser aus Ikosaedern, das Pentagondodekaeder ist der Umriß des Weltganzen. In der Schule der egyptischen Priester haben mehrere bedeutende griechische Mathematiker einen Teil ihrer Kenntnisse sich erworben. Die Araber übermittelten uns die Positionsarithmetik, deren Erfinder die Inder sind. Die Magier der Chaldäer verstanden den Lauf der Gestirne zu berechnen. Von den Chinesen wird berichtet, daß der Kaiser Yaou 2300 v. Chr. ein Kollegium von Astronomen einsetzte, „um die nötigen Zeitrechnungen zu machen und einen Kalender abzufassen. Diese Gelehrten gaben zugleich eine Übersicht über die Bewegungen der Himmelskörper, sie berechneten die Solstitien und Äquinoktien, die Länge des Sonnenjahres genau bis auf eine Stunde", ein Beweis, wie viel Zeit und Mühe man schon damals auf die Wissenschaft der Zahlen verwandte. Der berühmte chinesische Kaiser Tschaukong (1100 v. Chr.) verfaßte selbst ein Werk, welches die vornehmsten Grundwahrheiten aus der Algebra, Geometrie, Trigonometrie und Stereometrie enthält. „Dieser gelehrte Herrscher wünschte, daß seine Söhne und die des Adels in der ihm werten Wissenschaft der Arithmetik nicht zurückbleiben möchten; weshalb er in dem von ihm selbst verfaßten Ritual, welches Werk genaue Vorschriften über die Erziehung der Prinzen und Söhne der Vornehmen enthält, den Hofmeistern derselben empfahl: die ältesten Söhne der Fürsten und des hohen Adels in den sechs Künsten zu unterweisen, nämlich in den fünf Klassen religiöser Ceremonien, in den sechs verschiedenen Arten der Musik, den fünf Regeln für Bogenschützen, den fünf Vorschriften für Wagenlenker, den sechs Anweisungen zum Schreiben und den neun Methoden, mit Zahlen zu rechnen." Unter den neun Methoden sind die

neun arithmetischen Sektionen zu verstehen, welche sich in dem ältesten chinesischen Werke Tung-kin-kang-muh, d. h. allgemeine Geschichte von China, verfaßt 2637 v. Chr. vom Minister Lischau im Auftrage des Kaisers Hwang-ti, finden; sie sind die erste Kunde von den mathematischen Kenntnissen der Chinesen.

Zugleich erhellt die hohe Bedeutung, die man der Mathematik beilegte, daraus, daß selbst der Kaiser diese Wissenschaft zu verbreiten sich bemühte. — Nicht minder hoch geschätzt war die Mathematik bei den Griechen, und dafür, daß auch ihre Herrscher mit ihr nicht unbekannt bleiben wollten, giebt Zeugnis die Antwort Euklids: daß auch ein König zur Wissenschaft auf keinem für ihn besonders bequem gebauten Wege gelangen könne. — Auch deutschen Potentaten kann man Liebe zur Wissenschaft überhaupt und zur Mathematik insbesondere rühmend nachsagen. Karl der Große lernte in seinem 40. Lebensjahre noch das A-B-C, seiner Fürsorge für die Schulen gar nicht zu gedenken. Kaiser Ottos III. Lehrer war der Mönch Gerbert, der in der Geschichte der Mathematik einen bleibenden Namen hat. Friedrich II., der hoch über dem Vorurteile seiner Zeit stand, ließ dem bedeutenden italienischen Mathematiker (Kaufmann) Leonardo von Pisa die gebührende Anerkennung zu teil werden. Er suchte seine Freude nicht in Turnieren allein, sondern verlangte auch „von den Subtilitäten der Geometrie und Zahlen" zu hören. Mit seinen Hofmathematikern Mag. Theodorus und Mag. Johannes hielt einst Leonardo in Gegenwart des Kaisers einen edlen Wettkampf. Die Bemerkung aber, zu der sich Hankel in seiner Geschichte der Mathematik nach Anführung dieser erfreulichen Thatsache veranlaßt fühlt — „wo fand sich seit dem dunkeln Mittelalter ein solcher Mäcen der Mathematiker?" — dürfte wohl berechtigt sein. Und doch ist zu allen Zeiten der Mathematik ein Lob gesungen worden, wie sonst keiner Wissenschaft. Haben nicht Platon und Diesterweg denselben Gedanken, wenn jener sagt: „daß die, welche von Haus aus Mathematiker sind, sich auch in allen anderen Kenntnissen schnell fassend zeigen"; und wenn dieser spricht, die Mathematik bilde den ersten Exercierplatz für die jungen Geister; wer hier stehen, gehen und sich bewegen gelernt habe, werde davon in anderen Disciplinen reichlich Früchte ernten. In Vorderasien redet man im 16. Jahrhundert von der Rechenkunst als von einer Kunst, „deren Wesen so erhaben und deren Rang so hoch ist, deren Aufgaben so zierlich und deren Beweise so fest sind". Viel ausführlicher und begeisterter, fast überschwenglich sind die Lobreden zu Ende des Mittelalters. Man höre die des bekannten Rechenmeisters Adam Riese. „Wie hoch von Nöthen sei Arithmetika und der ganzen mathematischen Kunst, hieraus man leicht ermessen kann, daß nichts irgend, wie gering es auch sei, stehen mag, so nicht mit gewisser Zahl und Mensur zusammengefügt ist, daß auch keine Kunst, welche man eine freie Kunst nennt, ohne gewisse Mensuren und Proportionen der Zahlen sein mag. Derhalben billig Plato keinen in seine Schul zugelassen, der der Zahl nicht erfahren war, als nicht möglich, irgend in einer Kunst zuzunehmen. Wollten die Griechen Einem groß Lob aller Künste zumessen, so sprachen sie: er kann zählen. Auch obgenannter Plato, zu einer Zeit gefragt, wodurch ein Mensch ander Thier übertreffe, geantwortet hat: daß er rechnen kann und Verstand der Zahl habe, als wäre Rechnen ein Fundament aller Künst, wie auch wahrlich ist. Denn ohne Zahl mag kein Musikus seinen Gesang vollführen, desgleichen kein Geometer sein Mensur vollbringen; dergleichen ander Künst." Und doch bedarf eine Wissenschaft, die nur Wahrheiten enthält, die alle ihre Behauptungen beweist, die keinem halbwahren Gedanken durch eine schöne Form Geltung verschafft, die der Vorwurf parteiischer Darstellung nicht treffen kann — denn Zahlen und Figuren sind ohne Leidenschaften — eine Wissenschaft, die nicht nur alle Schöpfungen menschlicher Thätigkeit durchdringt und umfaßt, sondern uns auch die Sprache der Natur verstehen lehrt, eine Wissenschaft, die die Königin aller Wissenschaften ist, keiner marktschreierischen Anpreisung; sie trägt ihren Wert in sich selbst. Für die Wissenschaften, in denen Mathematik angewendet wird, ist sie zum Prüfstein der Wahrheit geworden.

Die Kenntnis der Geschichte einer Kunst unterstützt in hohem Grade das Verständnis für dieselbe, gewährt die einzig sichere Grundlage für eine fördernde Mitarbeitung an dem weiteren Ausbau und bewahrt vor Verfolgung falscher Ziele und Richtungen. Die Geschichte darf jedoch nicht nur eine trockene chronologische Nebeneinanderstellung der Thatsachen, auch nicht nur eine Sammlung von Biographieen der Männer, die sich um die Kunst verdient gemacht haben, auch nicht blos eine Aufzählung ihrer Werke sein: sie muß vielmehr eine geordnete organische Entwickelung, einen Gesamtbegriff des Gebäudes der Kunst darstellen, anfangend beim Fundament und hinauf-

steigend bis zur Stufe der Vollendung. Am rechten Orte sind jedoch die einzelnen Arbeiter an diesem Werke mit dem Ganzen in die gehörige Verbindung zu bringen und es ist jedem die Stelle anzuweisen, die ihm als Begründer oder Ausbauer der Kunst gebührt. — In der vorliegenden Arbeit ist der Versuch gemacht, die Grundlinien der Geschichte der elementaren Arithmetik zu zeichnen.

I. Teil.

Die Geschichte der Arithmetik bis zum Beginn des 16. Jahrhunderts.

Erste Abteilung:

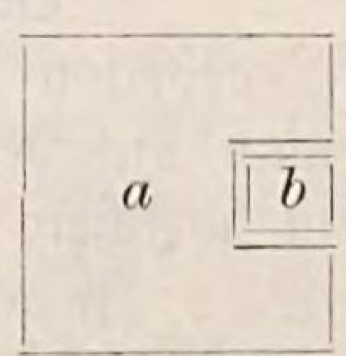
Die Arithmetik vor der Erfindung des Positionssystems.

1. Zahl.

Der Begriff der Zahl ist ein einfacher und dem Geiste ursprünglich gegebener, sodaß jeder Versuch, eine Definition zu geben, scheitern muß. Zu dieser Einfachheit und Ursprünglichkeit des Begriffs kommt die frühe Notwendigkeit, Zahlen zu gebrauchen, sodaß die Erfindung einer elementaren Rechenkunst in die Zeiten der allerersten Entwickelung des gesellschaftlichen Lebens sich verliert und deshalb der historischen Nachforschung sich entzieht, und es heißt immer nur auf die nächste Quelle hinweisen, wenn ein Volk einem andern die Erfindung derselben zuerkennt. Die vergeblichen Bemühungen, den Ursprung der Rechenkunst an irgend einen Namen zu knüpfen, haben ihre Veranlassung in der Anerkennung der allgemeinen Wahrheit, daß jegliches Ding seinen Grund und Anfang haben müsse. Dies ist allerdings richtig; nur liegen hier Grund und Anfang nicht in einer äußeren Veranlassung, sondern in der innersten Natur des menschlichen Geistes. Die Erfindung der Addition und Subtraktion ist so alt als das Menschengeschlecht; denn der Begriff der Zwei ist die psychologisch notwendige Folge des angebornen Eins; drei ist eine psychologische Notwendigkeit der begriffenen Zwei ꝛc. Wie sich nun von Anfang an die Notwendigkeit mit Zahlen umzugehen ergab, so bildete sich ebenso frühzeitig das Bedürfnis, dem Gedächtnis durch Aufzeichnung gewisser Zahlen und Zahlensummen zu Hilfe zu kommen. Die Zahlenschrift ist viel älter als die Buchstabenschrift; sie reicht hinauf bis zum ersten Verkehr der Menschen untereinander. Noch heute macht sich der des Lesens und Schreibens Unkundige Striche oder andere Zeichen für die Zahlen.

Die erste und natürlichste Art, Zahlensummen zu bezeichnen, war unstreitig die, daß man so viele Striche zeichnete oder einritzte, als man Einheiten andeuten wollte. Das noch heute übliche strichweise Ankreiden repräsentiert ganz und gar diese Stufe der Notation. Die Griechen übten diese Urmethode der Strichnotation[1]).

Ein weiteres Zeugnis dafür sind die noch gegenwärtig in den russischen Ostseeprovinzen gebräuchlichen „Kerbhölzer“. Ein rechtwinkelig vierkantiger circa meterlanger Stab (a) hat auf einer Seite einen prismatischen Einschnitt, in den ein verschiebbarer Stab (b) genau eingepaßt ist. Nachdem die Stäbe ineinandergeschoben sind, wird durch einen Schnitt gleichzeitig eine Spur in beide Stäbe gebracht; ebenso wird ein zweiter, dritter ꝛc. Schnitt gemacht, die Entfernung derselben ist ungefähr $\frac{1}{2}$ cm. Jede von beiden Personen, die eine Verbindlichkeit gegeneinander haben, nimmt einen Stab. Auf Gütern hat der Knecht den Stab b, der Herr den Stab a, welcher mit dem Namen des Knechtes versehen ist. Am Abend jedes Arbeitstages kommt der Knecht, schiebt seinen Stab in die Form, sodaß die bereits vorhandenen Striche genau auf einander passen, und der Herr macht einen neuen Strich. Ist das Kerbholz seiner ganzen Länge nach mit Schnitten versehen, so wird es durch Abhobeln wieder brauchbar gemacht. (Nach der Mitteilung eines Augenzeugen.) Wird die



---

1) Cantor S. 112.

Verbindlichkeit Zweier durch einen einmaligen Akt eingegangen (Kauf, Tausch, Borg 2c.), so ist jedes Stück Holz zum Kerbholz geeignet; es erhält die erforderliche Anzahl von Strichen, wird gespalten, und jeder nimmt eine Hälfte. Diese Art des Gebrauchs berichtet Cantor (S. 135) auch aus Frankreich. Ebenso bedienten sich die Chinesen der Kerbhölzer.

Weil aber die Bezeichnung größerer Summen auf diese Weise unmöglich wurde, ersann man einfache Zeichen für gewisse Summen von Einheiten. Die Buchstabenzahlen und die besondern Zahlzeichen fassen mehrere Einheiten als Individuum zusammen. In der Gruppierung der Einheiten zeigt sich bei den verschiedenen Völkern eine allgemeine, aber leichterklärliche Übereinstimmung. Daß fast von allen Völkern Gruppenzeichen für 5, 10, 20 und deren Vielfache gewählt worden sind, ist natürlich gegeben durch die Gliederung unsrer Extremitäten; man blieb bei einer Hand (5) oder 2 Händen (10) stehen oder zählte nach Menschen (20, Finger und Zehen), wie die Eskimos in Grönland noch heute thun. — Man übersieht leicht, welch lange Stufenleiter der menschliche Erfindungsgeist von den Anfängen der Rechenkunst, der einfachen Nebeneinanderstellung der Einheiten, bis zur vollendeten indischen Positionsarithmetik zu durchlaufen hatte. „Der Gedanke, alle Quantitäten durch neun Zeichen auszudrücken, indem man ihnen zugleich einen absoluten und einen Stellenwert giebt, ist so einfach, daß man eben deshalb nicht genugsam erkennt, welche Bewunderung er verdient. Aber eben diese Einfachheit und die Leichtigkeit, welche diese Methode dem Kalkül zusichert, erheben das arithmetische System der Inder zu dem Range der nützlichsten Entdeckungen. Wie schwer es aber war, eine solche Methode aufzufinden, kann man daraus abnehmen, daß sie dem Genie des Archimedes und Apollonius von Perga, die doch zu den größten Geistern des Altertums zählen, entgangen war."[1]) Will man den Weg nachgehen, den der menschliche Geist bis zum Meisterwerke des indischen Positionssystems durchlaufen hat, so ist es notwendig, die Systeme der einzelnen Völker vergleichend vorüber zu führen. Doch ist unser Wissen von der Rechenkunst der meisten alten Kulturvölker sehr lückenhaft, bei vielen beschränkt es sich auf die Kenntnis der Zahlzeichen und des Numerierens.

2. Zahlzeichen.

Das Bedürfnis, Zahlen graphisch darzustellen, ist so alt als die Kultur, und numerische Zeichen sind die ältesten aller Schriftzeichen. Die Azteken und Muyscas hatten wohl Zahlzeichen aber keine Buchstabenschrift[2]). Als Zahlzeichen werden entweder besondere von der Buchstabenschrift unabhängige Zeichen, teils mit Hindeutung auf die darzustellenden Einheiten (römische und neuchinesische Ziffern), teils ohne dieselbe (indisch-arabische Ziffern) oder die Buchstaben selbst verwendet (bei den hellenischen, semitischen und aramäischen Stämmen). Die Buchstaben erhalten ihre Zahlbedeutung in einer bestimmten, zumeist der alphabetischen Reihenfolge und werden hier und da mit Strichen und Punkten versehen. Außer diesen beiden Methoden findet sich noch die Bezeichnung der Zahlen durch die Initialen oder Abbreviaturen der Zahlwörter. Hierher gehört das altgriechische System des Herodian[3]) und die sogenannten Diwani-Ziffern der Mehrzahl nach, die aus bloßen Monogrammen oder Abbreviaturen von Zahlwörtern zusammengesetzt sind[4]).

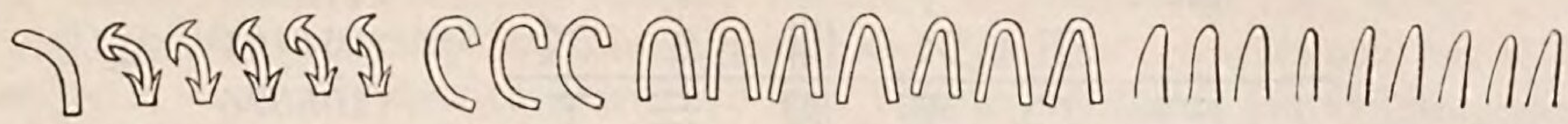
a) Besondere Zahlzeichen.

Bei den Egyptern hängen die numerischen Hieroglyphen, welche Jomard bei der egyptischen Expedition 1799 zuerst aufgefunden hat, mit den phonetischen nicht zusammen. Die Zeichen fand man auf dem Steine von Rosette und in dem Grabe der Zahlen, unweit der Pyramiden von Gizeh, in welchem die Herden eines reichen Besitzers aufgezählt sind, nämlich: 834 Ochsen, 220 Kühe, 3234 Ziegen, 760 Esel, 974 Schafe[5]). Die Hieroglyphen sind je nach dem Gebrauche verschiedener Art; die für heilige Zwecke benutzten sind bekannt als hieratische, die im gewöhnlichen Verkehr gebrauchten als demotische. Die hieratischen Zeichen sind für die Grund- und Ordnungszahlen verschieden; die Zeichen von 100 ab sind eine Kombination des Einer- und des Hundertzeichens mit multiplikativer Bedeutung. Die demotischen Zahlhieroglyphen haben für jede Potenz

---

1) Humboldt S. 207. 2) Humboldt S. 214. 3) Nesselmann S. 85. 4) Humboldt S. 214. 5) Cantor.

von 10 ein neues Zeichen, welches so oft wiederholt wird, als Einheiten dieser Potenz anzugeben sind, sodaß die Zahl 15 379 auf folgende Weise geschrieben wird:



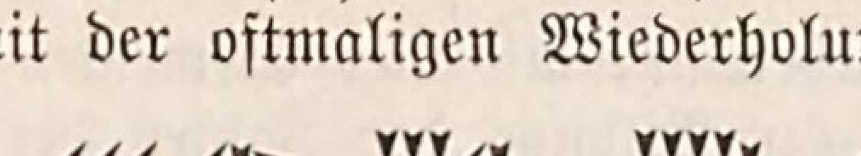
Zu diesen Hieroglyphen sind die Konkreta gesucht worden, und es soll das Zeichen für 1 eine Meßstange, das nächste eine Umwallung oder ein Hufeisen, das Hundertzeichen ein eingerolltes Palmblatt, das nächste eine Lotusstaude, das nächste einen gebogenen Finger darstellen. — Zeichen für höhere Ordnungen als 10 000 hatte man nicht; die gegebenen sind für den gewöhnlichen Verkehr meist hinreichend; die Gelehrten werden sich schon zu helfen gewußt haben. Gelesen wurden die Zeichen anfangs von rechts nach links, also in aufsteigender Ordnung; später ist diese Lesart mit der absteigenden vertauscht worden.

Die Zahlzeichen der Babylonier sind durch verschiedene Kombinationen ihrer Keile gebildet. Für die ersten neun Zahlen richtet sich die Menge der Keile nach den Einheiten, das Zeichen

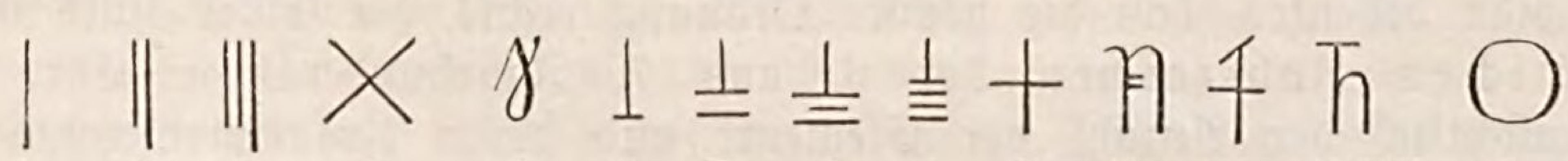


1 2 3 4 5 6 7 9 10 12 23 30 100 200 1000

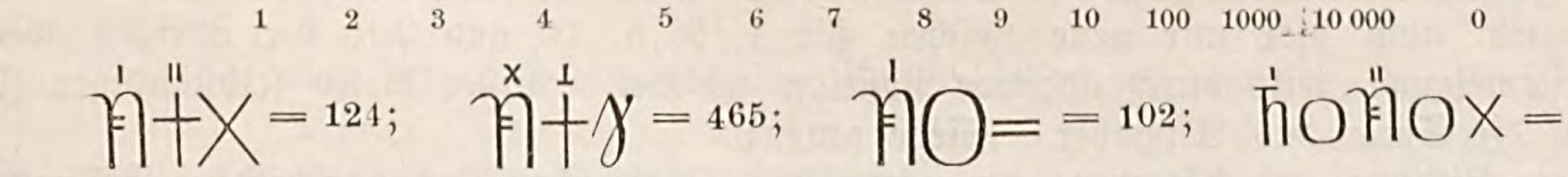
für 10 sind zwei zu einem Winkelhaken vereinigte Keile, für die übrigen Zehner wird dies Zeichen wiederholt, 100 wird durch einen horizontalen und einen vertikalen Keil ausgedrückt, mehrere Hunderte erhält man daraus durch vorgesetzte Multiplikatoren. Das Tausendzeichen ist selbst Einheit, trotzdem daß es aus 10 × 100 besteht. Die Schreibweise größerer Zahlen ist ein Analogon zu dem späteren Zahlenlesen mit der oftmaligen Wiederholung von Tausend:

 = 36 810.

Die Chinesen waren durch die Eigentümlichkeit ihrer Sprache genötigt, Zahlzeichen zu erfinden, die nicht mit der Schriftsprache in Verbindung standen. Sie hatten besondere Zeichen für die Zahlen von 1 bis 10, 100, 1000 und 10 000. Für den gewöhnlichen Gebrauch stiegen sie nicht höher hinauf, wiewohl noch Namen für höhere Potenzen von 10 existieren, sogar einer für die Trillion. Im wesentlichen hat man dreierlei Ziffern zu unterscheiden. 1) Die altchinesischen Ziffern (vor Kenntnis des Positionssystems), welche in vertikaler Reihe geschrieben wurden und deren komplicierte Formen Cantor in seinen „Mathematischen Beiträgen" abgebildet hat. 2) Die neuchinesischen

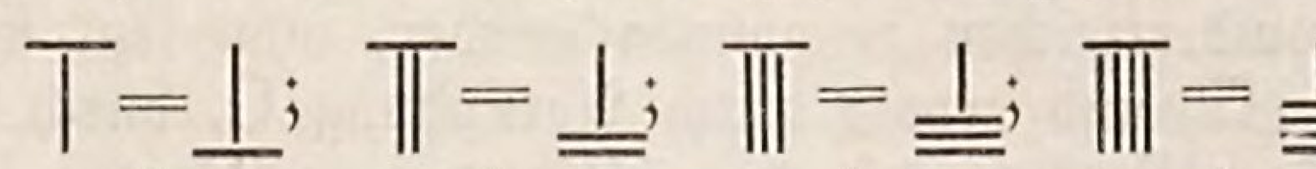


1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 100 1000 10 000 0



= 124; = 465; = 102; = 10 204

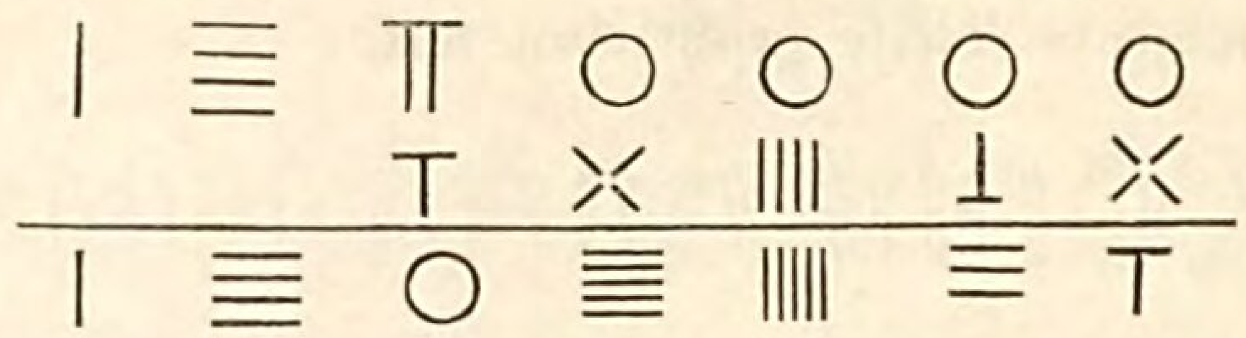
Kaufmannsziffern, deren Schreibweise dem Positionssystem sehr nahe steht; der Unterschied ist der, daß hier das Zeichen für jede Potenz von 10 gesetzt ist und der dazu gehörige Koëfficient darüber steht, während das Positionssystem nur die Koëfficienten setzt, die Potenzen von 10, in welche jene multipliciert werden, durch die Stellung andeutet. 3) Die neuen chinesischen Ziffern, wie sie in wissenschaftlichen Werken zur Anwendung kommen, sind höchst einfach aus Strichen gebildet. Für die ersten 5 Einer stehen ebenso viele horizontale oder vertikale Striche, für die Zahlen 6 bis 9 tritt eine Vereinfachung ein, indem 5 Einheiten zusammengefaßt werden.



6 7 8 9

Zur Bildung der neuen Ziffern hat die indische Positionsarithmetik Veranlassung gegeben. Zu gleicher Zeit vertauschte man die vertikale Schreibweise mit der horizontalen, jedes Zeichen erhielt einen zweifachen Wert, die leere Stelle füllte ein Kreis aus. Aus einem chinesischen Werke,

das ungefähr in der Zeit von 700—1000 n. Chr. verfaßt ist, teilt Biernatzki (S. 72) folgendes Subtraktionsexempel mit:



1470000
= 64464
1405536

Die Gobarschrift, von welcher Ort und Zeit des Gebrauchs nicht zweifellos festgestellt sind, weist neun Zahlzeichen auf, von denen etliche mit den gegenwärtig als indische Ziffern bezeichneten einige Ähnlichkeit besitzen.



[1])

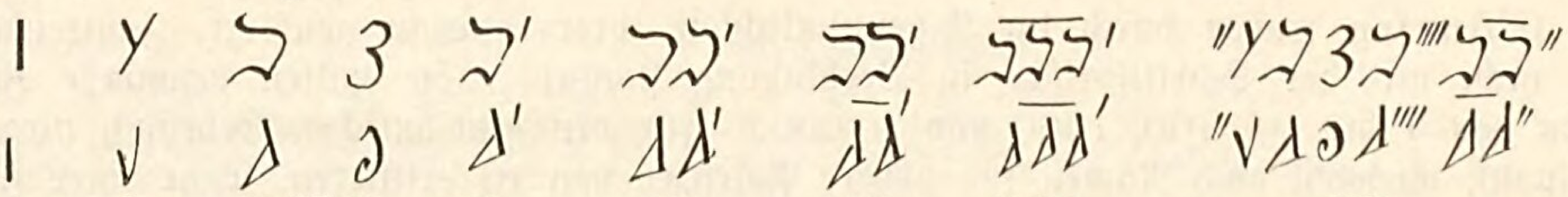
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Um die Zehner, Hunderter, Tausender ꝛc. zu gewinnen, wurden über diese Zeichen ein, zwei, drei ꝛc. Punkte gesetzt. Die Bepunktung mag wohl die Wahl des Namens (Gobar = Staub) veranlaßt haben. Als Mohammed ben Musa ca. 800 die Araber mit der indischen Arithmetik bekannt machte, wurde dieselbe zuerst mit den Gobarziffern geübt[2]).

Im 12. Jahrhundert bezeichneten die abendländischen Christen auf dem Abacus mit Kolumnen die Zahlen entweder durch Buchstaben oder durch apices naturales oder durch apices formati; letztere heißen auch characteres und sind nichts anderes als die Gobarziffern[3]).

Auf dem Abacus des Boëtius[4]) finden sich ähnliche Ziffern, die aber als interpoliert angenommen werden. Dieselben sind mit folgenden Namen überliefert: igin, andras, ormis, arbas, Quimas, calctis, zenis, temenias, celentis, Sipos; Bedeutung und Ursprung dieser Namen sind noch nicht einstimmig festgestellt.

Die palmyrenischen Ziffern bestehen nur aus vier Elementen (1, 5, 10, 20) mit zweierlei Gestalt. Unterhalb 100 bedient man sich zur Bildung der Zahlen der additiven, darüber hinaus der multiplikativen Position.



(Varianten)

1 5 10 20 100 110 1000 10 000 2437

Der Horizontalstrich über den Tausendern ist gesetzt, um Verwechselungen zu vermeiden; die Zahlen 1000 (ɔɔ′), 2000 (ɔɔ″), 3000 (ɔɔ‴) bedeuten ohne Horizontalstrich 110, 210, 310. Beim Zahlenlesen muß man bedenken, daß die höchste Ordnung rechts, die Einer links stehen.

Die syrischen Zahlzeichen des 6. und 7. Jahrhunderts n. Chr. zeigen mit den palmyrenischen hinsichtlich der Anzahl der Elemente und deren Zusammensetzung große Übereinstimmung; es giebt auch hier nur neue Zeichen für 1, 2, 5, 10 und 20; die übrigen werden teils durch Verschmelzung, teils durch additive Position gebildet. Außer diesen selbständigen Zahlzeichen benutzten die Syrer das Alphabet. Siehe unten!

Über die Bildung und Ableitung der römischen Zahlzeichen sind verschiedene Erklärungen gegeben worden. Nach Friedlein (S. 27), welcher sich auf Nesselmann und mit diesem auf Petrus Ramus (1569) stützt, sind die römischen Zahlzeichen ihrem Ursprunge nach nicht auf Buchstaben zurückzuführen, sie sind vielmehr aus 1, 2, 3, 4 Strichen gebildet. Das Zeichen für 1 ist ein vertikaler Strich. Das Zeichen für 10 sind zwei gekreuzte Striche (+ oder X), weil die gromatici mit der Meßrute Längen von 10 zu 10 Fuß mit einem Querstrich abgrenzten. Das halbe Zehnzeichen (V) ist fünf. Für 100 wird das Zehnzeichen eingefaßt ⊕, die Hälfte dieses Zeichens (⊥) giebt nach kleinen Modifikationen (⊥ ⊥ L) das Zeichen für 50. Doch können auch drei Striche als Ausgangspunkt für das Hundertzeichen genommen werden, man setzt sie in Form eines unvollständigen Rechtecks aneinander (⊏) und erhält durch Abrundung C, durch Teilung L = 50. Für 1000 wird die Einheit eingefaßt (ⵀ oder (|)), die Hälfte davon (D oder |)) bedeutet 500. Durch fortgesetzte Einfassungen und Halbierungen des Tausendzeichens entstehen die übrigen Zeichen höherer Ordnungen [((|)), |)); ((ⵀ)), Ↄ)) u. s. w.].

1) Cantor Fig. 45. 2) Friedlein S. 66. 3) Friedlein S. 51. 4) Cantor Fig. 39.

Das Tausendzeichen gewinnt man aber auch aus vier Strichen (ΠΤ), welches Zeichen man zu m abrundet und im Hinblick auf X und C mit M vertauscht. Durch Abtrennung eines linken und rechten Teils von dem mittleren Striche entwickelt sich aus ihm das andre Tausendzeichen [ΠΤ, ΤΙΤ, (|).] Man bemerkt, daß die aufsteigenden Potenzen von 10, von der nullten an gerechnet, aus 1, 2, 3, 4 Strichen entstehen und daß die eingeschalteten pentadischen Zeichen (V, L, D 2c.) die Hälften jener ihnen entsprechenden Zeichen sind. Die Einschaltung der pentadischen Gruppenzeichen war wünschenswert, um beim Schreiben größerer Zahlen die lästige Wiederholung eines Zeichens zu umgehen. Diese Erklärung ist höchst ungezwungen und geistreich; ob man aber bei Bildung der Zahlzeichen von diesem einfachen Prinzipe ausgegangen ist, oder ob man es hineinerklärt, mag unentschieden bleiben. — Cantor will die geradlinige Entstehung der römischen Zahlzeichen nicht gelten lassen, sondern sucht vielmehr deren Ähnlichkeit mit alten Lautzeichen darzuthun und führt zu diesem Zwecke an

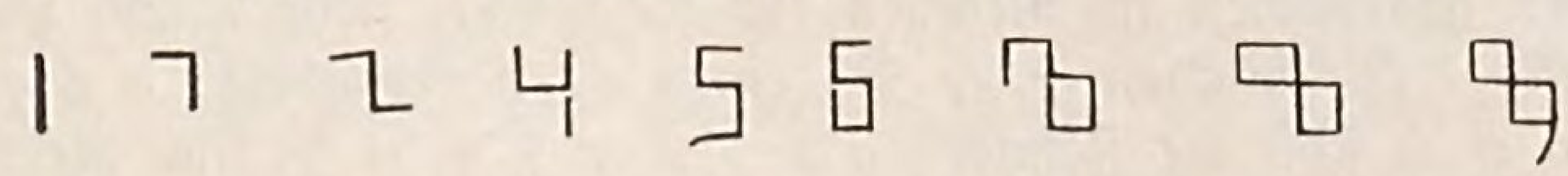
als etruskische Buchstaben:		V	+	↓	Θ	8
als etruskische Zahlzeichen:	I	Λ oder V	+ oder X	↓↑	⊕	४
als römische Zahlzeichen älterer Zeit:	I	V	X	Ψ V ⟂ ⊥ L	Θ	Ф
als römische Zahlzeichen späterer Zeit:	I	V	X	L	C	M∞

2000, 3000 schrieben die Römer MM, MMM. Bei größeren Zahlen wenden sie multiplikative Juxtaposition an: LXXIIIM = 73 000; CXM = 110 000; |M| = 1 000 000. Gerbert bedient sich auf seinem Abacus mit 26 Kolumnen[1]) des multiplikativen Prinzips und läßt einen Horizontalstrich den Faktor Eintausend bedeuten. X = 10, C = 10^2, M = 10^3, $\overline{X}$ = 10^4, $\overline{C}$ = 10^5, $X\overline{C}$ = 10^6, $C\overline{C}$ = 10^7.

Noch andere leiten die Formen der römischen Zahlzeichen von verschiedenen Stellungen der Finger ab, welche Schwenter in den „Erquickstunden" 1636 zur Abbildung bringt.

Die Sage nimmt den Ursprung unsrer neun Ziffern bei den Indern an; man darf aber nicht durchweg dieselben Formen zu finden hoffen, weil in Indien verschiedene Volksstämme mit verschiedenen Sprachen und verschiedener Kultur bei und nach einander wohnten. Man erzählt: zur Zeit des sagenhaften Königs Brahma habe man in den Tempeln Himmelskugeln abgebildet, die Regeln der Astrologie, den Einfluß der Sterne auf die Menschen festgestellt; die vereinigten Gelehrten verfaßten den Sindhind, das Buch der Zeit der Zeiten; astronomische Tabellen wurden zusammengestellt; endlich erfand man die neun Zeichen, mit denen die Inder rechnen[2]). Maximus Planudes (circa 1340) schreibt in seinem Werke über indische Rechenkunst: „Weil die Zahl ins Unendliche sich erstreckt, Erkenntnis des Unendlichen aber nicht möglich ist, so haben die wissenschaftlichen Astronomen gewisse Zeichen und eine Methode erfunden, vermittelst deren die nötigen Zahlen übersichtlicher und genauer erkannt werden. Solcher Zeichen giebt es neun, die folgendermaßen aussehen."

Man hat auch versucht, die modernen Ziffern aus einer anderen Quelle herzuleiten, als von einem Volke. Müller (Arithm. u. Algebra 1833) hat die zur Bildung der Ziffern nötigen Striche gezählt und daraus ihre Formen hergeleitet:



Er fügt hinzu: „Diese Einfachheit der Zahlzeichen, sowie ihre Übereinstimmung mit der Sprache lassen keinen Zweifel übrig, daß wir unsre Ziffern 1, 2, 3 . . als die eigentümlichen Zahlzeichen der altgermanischen Völker zu betrachten und nicht nötig haben, den Ursprung derselben mit vieler erfolglosen Mühe bei den orientalischen Völkern zu suchen." — Diese Meinung unterstützt Piccard (1859): Die Ziffern können als Produkt einer geistvollen Kombination von so viel geraden Strichen aufgefaßt werden; jedoch negiert er seine Annahme wieder damit, daß dieses Zusammentreffen Zufälligkeit sei und bei 7 und 9 nicht recht passe. — Unzweifelhaft fest steht, daß die arabischen und indischen Ziffern nicht identisch sind; die Araber operierten mit anderen, ehe sie mit

1) Friedlein S. 57. 2) Cantor S. 55.

den indischen bekannt wurden; sie rechneten sogar nach der indischen Methode anfangs mit ihren Ziffern. Die arabischen Charaktere, welche als indische Ziffern bezeichnet werden, sind:

١ ٢ ٣ ۴ oder ٤ ٥ oder ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ .[1])
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Wenn diese Formen die Vorgänger unserer Ziffern sind, so haben sie auf dem Wege aus ihrer Heimat bis zu uns eine große Veränderung erfahren. Die heutigen indischen Ziffern sind die modernen Devanagari-Ziffern:

१ २ ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ ०

b) Buchstaben als Zahlzeichen.

Die Benutzung der Buchstaben als Zahlzeichen findet sich bei den Griechen (schon im 5. Jahrh. v. Chr.), den Syrern (noch im 7. Jahrh. n. Chr.), den Kopten, Armeniern, Äthiopiern, Hebräern; sie findet sich bei allen den Völkern, die ihre Schrift von den Phöniziern herleiten.

Die Syrer konnten mit den 22 Buchstaben ihres Alphabets, wenn sie je neun für die Zehner und Einer verwendeten, die Zahlen nur bis 400 angeben. Um Zeichen für 500, 600 . . 900 zu gewinnen, setzten sie über die Zeichen 50, 60 . . 90 einen Punkt. Für die Tausender standen die Einer mit einem links unten beigefügten Strich; die Einer mit einem darunterstehenden Horizontalstriche bedeuteten das Zehntausendfache, 2 Kommata an einem Einer (links) das Tausendmaltausendfache.

Die Hebräer begnügten sich lange Zeit mit den 22 Buchstaben ihres Alphabets, sie konnten damit auch nur die Zahlen bis 400 erreichen und gewannen die Zeichen für 500, 600 . . 900 durch Zusammensetzung auf folgende Weise:

ק	ר	ש	ת	תק	תר	תש	תת	תתק
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Später wurden statt der Zusammensetzungen die fünf Finalbuchstaben der hebräischen Sprache als Zahlzeichen eingeführt. Die fünf Buchstaben für 20, 40, 50, 80, 90 haben als Auslaut andere Gestalt:

כ	מ	נ	פ	צ	ך	ם	ן	ף	ץ
20	40	50	80	90	500	600	700	800	900

Für die Tausender verwendeten sie dieselben Zeichen mit zwei übergesetzten Punkten und schrieben auf diese Weise alle Zahlen bis zur Million; von größeren Zahlen in Zeichen ist nichts bekannt. Kommen zu einer Zahl mehrere Zeichen zur Verwendung, so steht die niedrigste Ordnung links, die höchste rechts, welche Reihenfolge, wenn man sie mit Rücksicht auf die hebräische Schreibweise erklärt, mit der unsrigen übereinkommt.

Auch die Araber benutzten anfangs ihre 22 Buchstaben als Zahlzeichen, zu den Zahlen von 500 bis 900 wurden zwei Zeichen verwendet. Außerdem liebten sie es, bei Zahlen über 1000 statt der Zahlzeichen Zahlwörter zu schreiben. Als sie die indische Positionsarithmetik und die indischen Ziffern empfingen, drangen die Zeichen nicht gleich ins Volk, sondern blieben Kunst der Gelehrten; das Volkstümliche waren die Buchstabenzahlen.

Die Griechen gebrauchen im Rechnen für die Einer, Zehner und Hunderter die 24 Buchstaben des jonischen und 3 Buchstaben (ϛ ϙ ϡ) eines alten Alphabets: α β γ δ ε ϛ ζ η ϑ sind die Einer; ι κ λ μ ν ξ ο π ϙ sind die Zehner; ρ σ τ υ φ χ ψ ω ϡ sind die Hunderter. Die Einer mit einem Strich links unten stehen als Tausender (͵α ͵β ͵γ ͵δ rc.). Das Zeichen der Myriade (10 000) ist M oder $M\upsilon$, welches seinen Koëfficenten vor, nach oder über sich nimmt ($\beta M\upsilon = M\upsilon\beta = \overset{\beta}{M\upsilon} = 20\,000$).

Nebenbei sei bemerkt, daß die Buchstaben zuweilen mannigfach kombiniert wurden, auch mnemonisch, um eine Zahl als ein leicht behaltbares Wort auszudrücken, z. B. $\nu\varepsilon\iota\lambda o\varsigma = 50 + 5 + 10 + 30 + 70 + 200 = 365$. Vermutlich dienten ähnliche Kombinationen auch zu Geheimschriften.

Um anzudeuten, daß die Buchstaben nicht als Laut-, sondern als Zahlzeichen aufgefaßt werden sollten, setzten die Griechen einen Horizontalstrich darüber: $\overline{\sigma\xi\varepsilon} = 265$. Die Syrer, welche

1) Cantor Fig. 50.

für die In- und Auslaute verschiedene Zeichen haben, verwenden als Ziffern die Finalbuchstaben. Bei den Arabern findet sich beides, entweder der Gebrauch des Horizontalstriches oder der der Finalzeichen. Die Hebräer setzten als Unterscheidungsmerkmal von den Wörtern zwei Häkchen über das letzte oder zwischen die beiden letzten Zahlzeichen.

c) Initialen als Zahlzeichen.

Der Anwendung der Zahlbuchstaben ging bei den Griechen ein System voraus, in dem die großen Anfangsbuchstaben der Zahlwörter *πέντε, δέκα, Ηέκατον, χίλιοι, μύριοι*, nämlich Π Δ Η Χ Μ zur Bezeichnung der betreffenden Zahlen 5, 10, 100, 1000, 10 000 und ein einfacher Strich zur Bezeichnung der Einheit benutzt wurden. Die pentadischen Periodenzeichen werden durch Multiplikation mit Π ausgedrückt; im übrigen ist die Anordnung und Darstellung der Zahlen dieses Systems von Herodian, das sich regelmäßig in älteren Inschriften findet, nahe verwandt dem römischen System, oder auch umgekehrt. Die Zahlen werden folgendermaßen geschrieben:

I	II	III	IIII	Π	ΓI	ΓIIII	Δ	ΔΔI	𐅄	𐅄Δ	H	𐅅	𐅆	M	𐅇
1	2	3	4	5	6	9	10	21	50	60	100	500	5000	10 000	50 000

𐅇𐅆HHHHΔI = 55 411.

Wann und warum die Griechen dies System verlassen haben, läßt sich nicht angeben; vermutlich war der Umgang mit semitischen Stämmen und das Bekanntwerden mit deren Zahlenbezeichnung durch das Alphabet die Veranlassung dazu; denn die fremde Methode repräsentierte gegenüber der eignen eine bedeutende Abkürzung[1]).

3. Zahlensysteme.

Im Zahlensystem stimmen die meisten Völker überein, fast bei allen findet sich das decimale oder dekadische. Es ist unrichtig, unser gegenwärtiges System im Gegensatz zu den übrigen das Decimalsystem zu benennen, es muß vielmehr das Positionssystem heißen. Die Veranlassung zur Bildung des Zehnersystems ist die Gliederung unsrer Extremitäten; denn die Menschen pflegen die Dinge an den Fingern zu zählen, ehe sie im Rechnen geübt sind. Humboldt führt von Ovid an: „Wir zählen deshalb nach Zehnern, quia tot digiti, per quos numerare solemus." Auch die volkstümlichen Längemaße (Fuß, Schuh, Elle, Zoll, Spanne, Klafter, mannhoch) sind nach Namen und Größe von Körperteilen abgeleitet. Bei den Yaruros ist der ganze Mensch das Symbol für 20, noeni pumi (2 Menschen) sind gleich 40. Vom persischen pentscha, die Faust, ist pendj = 5 abgeleitet, die Wurzel dazu ist das Sanskritwort pantscha (5), worauf auch *πέντε* und quinque zurückgeführt werden[2]).

Andere Systeme als das Zehnersystem sind fast ausschließlich als Ausnahmen zu bezeichnen; sie sind fast durchweg künstliche Systeme. Die Verschiedenheit in den Systemen ergiebt sich aus der verschiedenen Wahl und Gruppierung der Periodenzeichen. In keinem Systeme ist aber das Prinzip streng und rein durchgeführt, die meisten sind eine Vermischung mehrerer. — Des Duodecimalsystems bedienten sich die Chinesen in den frühsten Zeiten bei der Einteilung der Gewichte. Der Hwang-tsung faßt 1200 Reiskörner und wiegt 12 Tschu, 24 Tschu = 1 Leang (= 1 Unze), 16 Leang = 1 Kin (= 1 ℔).[3]) Bei den Längen- und Hohlmaßen ist die decimale Einteilung durchgeführt. Von unsern Zählmaßen und Münzen gehören hierher Gros und Dtzd., Thlr. und gGr., Sgr. und Pf.

Bei den Mexikanern, Muyscas, Otomiten, Azteken u. a. des neuen Kontinents, bei den afrikanischen Mandingas, bei den Basken und kymrischen Stämmen des alten Kontinents herrschen Gruppen von 20 vor. — Die Muyscas zählen an den Händen und Füßen; sobald am Fuß gezählt wird, sind die Hände schon durchgezählt und mit zu verstehen; so sagen sie für 11, 12, 13 ꝛc. Fuß 1, Fuß 2, Fuß 3 ꝛc. — Die Azteken haben Gruppenzeichen für 20, 20^2, 20^3, nicht aber für 100. Das Zeichen für 20 ist eine Fahne, welche in 4 Felder geteilt ist und je nachdem $^1/_4$, $^2/_4$, $^3/_4$ davon koloriert sind, 5, 10, 15 gelten kann; auf diese Weise ist das Vigesimalsystem anfangs untermischt vom pentadischen und dekadischen. — Im gälischen und keltischen Dialekte ist dies

1) Nesselmann S. 85 und Hankel S. 37. 2) Humboldt S. 211. 3) Biernatzki S. 74.

System auch ziemlich streng durchgeführt: ugent = 20, daou-ugent = 2zwanzig, tri-ugent = 3zwanzig, dekha-nao-ugent = 10 über 9zwanzig[1]). Die französischen Zahlwörter enthalten noch einige Reste eines verschwundenen Vigesimalsystems, das in früherer Zeit strenger durchgeführt war: soixante-dix-neuf, quatre-vingt ꝛc.

In der römischen Zahlengraphik giebt es Periodenzeichen nicht nur für die Potenzen von 10, sondern auch für 5, 50, 500 ꝛc., so daß das dekadische System vollständig vom pentadischen durchbrochen ist. Ebenso im altgriechischen System von Herodian.

Die Griechen hatten jenseits der Einheit ein absteigendes Sexagesimalsystem. Diese sechzigteiligen Brüche (Logistica sexagenaria), die vorzüglich bei Wurzelextraktionen und Divisionen angewendet wurden, erlangten große Bedeutung. Bei den Assyrern waren sie so bekannt, daß sie überall in Inschriften erscheinen und zwar nur ihre Zähler, für $^1/_2$, $^1/_3$ steht 30, 20. Bis in das 16. Jahrhundert hinein sind sie in astronomischen und mathematischen Rechnungen geblieben. Ptolemäus hat sie in die Astronomie aufgenommen, und noch Stifel (Arith. integra 1544), Heinischius (Arith. perfecta) und andre Schriftsteller dieser Zeit behandeln sie.

Konsequent durchgeführte Systeme von Brüchen kamen auch anderwärts vor. Die Römer hatten eine duodecimale Einteilung, bei einigen dunkelfarbigen Völkern Ostindiens wurde das quaternäre System gefunden, die Egypter bedienten sich bei der Feldmessung des binären (also $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$ ꝛc.).[2])

Nach Cantor[3]) findet sich bei einem thracischen Volksstamme ein Vierersystem, ein Sechszehnersystem in der Paginierung eines alten Kodex des Mahabharata, ein Siebenersystem in der Zigeunersprache, ein Achtzehnersystem bei den Osseten, einem kaukasischen Volksstamme.

Das Vierersystem soll (nach Büchner, „Kurtzer Entwurff von der Historie der Rechenkunst 1719", S. 43) auch Pythagoras gekannt haben; als dieser zählte: 1, 2, 3, 10 (d. h. 4), sagte ihm ein Schüler: „Vides decem esse, quae quattuor existimas."

Weigelius (starb 1699 als Mechaniker zu Regensburg) hat in seiner „Arithmetica Tetraetyca" erwiesen, daß man auch nur bis auf 4 zählen könne. — Leibnitz hat ein Zweiersystem, eine Arithmetica binaria oder dyadica, erfunden.

Anhangsweise soll hier noch einiger Zahlensysteme aus dem Altertume Erwähnung gethan werden, die das Gemeinsame haben, daß in ihnen die Idee des Unendlichen zum Ausdruck zu bringen versucht ist.

Pappus teilt aus den Schriften des Apollonius von Perga, einem Zeitgenossen des Archimedes, ein System mit, das in geometrischen Progressionen nach Myriaden fortschreitet. Apollonius nennt die Zahlen von 1 bis 9999 Monaden oder Einheiten, von 10 000 bis $10\,000^2 - 1$ erste oder einfache Myriaden, von $10\,000^2$ bis $10\,000^3 - 1$ zweite oder doppelte Myriaden, $10\,000^3$ bis $10\,000^4 - 1$ dritte oder dreifache Myriaden ꝛc. Die Zahl 5 6010 5280 0000 ist ausgedrückt durch: *Mγ ε̄ καὶ Mβ ͵ϛι καὶ Mα ͵εσπ*, darin bedeutet *Mα* erste, *Mβ* zweite, *Mγ* dritte Myriaden[4]).

Das unendliche System des Archimedes[5]) schreitet in ähnlicher Weise nach Oktaden fort. Er hatte sich auf Veranlassung des Königs Gelon von Syrakus die Aufgabe gestellt, eine Zahl anzugeben, welche größer sei als die Zahl der Sandkörner, die eine Kugel füllen würde, deren Radius die Entfernung des Erdmittelpunkts vom Fixsternhimmel ist; der Durchmesser des Fixsternhimmels wird kleiner als 1000 Mill. Stadien angenommen. Cantor teilt die ersten Sätze aus der „Sandrechnung" mit: „Manche Leute glauben, König Gelon, die Zahl des Sandes sei von unbegrenzter Größe. Ich meine nicht des um Syrakus und sonst noch in Sicilien befindlichen, sondern auch dessen auf dem festen Lande, dem bewohnten und dem unbewohnten. Andere giebt es wieder, welche diese Zahl zwar nicht für unbegrenzt annehmen; sondern nur, daß noch keine Zahl jemals genannt sei, welche seine Menge übertreffe. Wenn sich nun eben diese einen so großen Sandhaufen dächten, wie die Masse der ganzen Erde, dabei sämtliche Meere ausgefüllt und alle Vertiefungen der Erde so hoch wie die höchsten Berge, so würden sie gewiß um so mehr glauben, daß keine Zahl zur Hand sei, die Menge desselben noch zu überbieten. Ich aber will mittelst geometrischer Beweise, denen du gewiß beipflichten wirst, zu zeigen versuchen, daß unter den von mir benannten Zahlen, welche

---

1) Humboldt S. 209. 2) Hankel S. 63ff. 3) Cantor S. 44. 4) Nesselmann S. 127. 5) Nesselmann S. 122 und Cantor S. 149.

sich in meiner Schrift an den Zeuxippos befinden, einige nicht nur die Zahl eines Sandhaufens übertreffen, dessen Größe der Erde gleichkommt, wenn sie nach meiner Erklärung angefüllt ist; sondern auch die eines solchen, dessen Größe dem Weltall gleich ist." Die Zahlen von 1 bis 1 0000 0000 bilden die erste Oktade, deren letzte Zahl zur Einheit der zweiten Oktade genommen wird; die 2. Oktade umfaßt die Zahlen von 10000 0000 bis $10000\,0000^2$. Die letzte Zahl davon ist die Einheit der 3. Oktade, welche bis zu $10000\,0000^3$ reicht. Diese Einteilung wird bis zur 10000 mal 10000sten Oktade durchgeführt; sämtliche Zahlen bis dahin bilden zusammen die erste Periode, deren letzte Zahl (welche eine 1 mit 800 Mill. Nullen ist) wird zur ersten Einheit der ersten Oktade in der 2. Periode genommen. So heißt nun Archimedes beständig fortfahren bis zur 10000 mal 10000sten Oktade in der 10000 mal 10000sten Periode; die letzte Zahl drücken wir durch 1 mit 80000 Bill. Nullen aus.

Auch bei den Indern und Chinesen kommen ungeheuere Zahlen vor, und die Inder konnten bequem mit ihnen umgehen, da sie Zahlwörter bis zur 17. Stufe besaßen. Aus einem späteren chinesischen Werke führt Cantor, S. 66, an: „Buddha setzt auseinander, daß es drei Numerationssysteme giebt. Das erste oder niedere System läßt die Einheiten um Zehnfaches wachsen als 10, 100, 1000 ꝛc. Das zweite oder mittlere System läßt die Einheiten um Hundertfaches wachsen, wie wenn man 100 000 mit 100 vervielfacht, um 10 Millionen zu erhalten. Endlich das dritte oder große System schreitet nach der mit sich selbst vervielfachten Grundzahl fort und bildet die sogenannte Methode der 10 großen Zahlen, welche Buddha allein begreifen konnte, und welche eine Idee erwecken sollen von dem, was ist, von der unerschöpflichen unbegrenzten Natur, von den reinen Verdiensten der Weisen, von den Zeiträumen der Existenzen, welche das Schicksal der veränderten Geister durchläuft, von dem Ocean der Wünsche, welche für das Glück der lebenden Wesen gebildet werden, und von der Verkettung der Gesetze, welche die unendliche Entwickelung der Welten bilden. Der Ausgangspunkt dafür oder die erste der 10 großen Zahlen ist asankhya oder 1 mit 17 Nullen; mit sich selbst vervielfacht giebt die Zahl die zweite Potenz von asankhya oder 1 mit 34 Nullen, durch wiederholte Multiplikation mit sich selbst gelangt man zur zweiten der 10 großen Zahlen, zur 1 mit 68 Nullen. Dieselbe zweimalige Operation wird auch an der neuen Grundzahl vorgenommen, dann an allen folgenden bis zur zehnten welche unsäglich heißt und ihren Ausdruck in der 1 mit 4 456 448 Nullen findet. In gewöhnlicher Druckschrift würde diese Zahl etwa eine Zeile von 44 000 Fuß Länge einnehmen. Und doch wird selbst diese Zahl noch von einer andern übertroffen, welche in der mythologischen Kosmographie ihre Anwendung findet, und deren Wert nicht anzugeben ist. Ihr Name deutet die Zahl der Atome an, aus denen der göttliche Berg Su Meru besteht." Von einer Zählung der Atome berichtet Hankel (S. 68): „Buddha mußte sich bei der Bewerbung um ein Mädchen einem arithmetischen Examen unterziehen. Er muß die Stufenzahlen bis zur 53. Stufe nennen. Dann wird er noch gebeten, die Zählung zu geben, welche vordringt zum Staube der ersten Atome, und zu sagen, wieviel erste Atome in einer Meile sind. Buddha beantwortet diese Frage, deren Lösung der Orientale nur von göttlicher Intelligenz hoffte, indem er festsetzt: daß sieben Staubkörner der ersten Atome ein sehr feines Staubkorn, sieben solche ein feines Staubkorn geben und so steigt er in Stufen allmälig auf bis zur Meile. Die Multiplikation aller Faktoren giebt dann für die Anzahl der Staubkörner erster Atome, welche nebeneinander gelegt eine Meile erfüllen würden, eine 15stellige Zahl."

4. Zahlengraphik.

Die graphische Darstellung der Gruppen von Einheiten, ungemischter oder gemischter, geschah auf mehrfache Art. Die Gestalt der Zeichen ist etwas Nebensächliches bei den verschiedenen Methoden, und wenn hier bei Vorführung nur uns geläufige Zeichen gewählt werden, so erwächst uns daraus der Vorteil, die Aufmerksamkeit ausschließlich auf den Geist der Methode lenken zu können.

a) Juxtaposition. Die einfache Nebeneinanderstellung der Zahlzeichen ist die erste aber auch rohste Methode. Die nebeneinandergesetzten Zeichen sind in der Regel additiv zu nehmen; jedoch führte die sich hieraus ergebende vielfache Wiederholung desselben Zeichens die Römer (kein ander Volk) auf die subtraktive Juxtaposition (|||| = IV); daneben findet sich auch für einige Zeichen die multiplikative. — Der Funktionswechsel des einen Zeichens wurde durch dessen Stellung

bestimmt. Wurde ein kleineres Zeichen einem größeren nachgesetzt, so hatte es additive Bedeutung (XI, CX), dagegen multiplikative resp. subtraktive, wenn es voranstand ($\beta M\upsilon = 2$ Myriaden; IX = 9, XC = 90). Multiplikative Bedeutung war bei den Römern nur bei M gebräuchlich (CM = 100 000, XM = 10 000; MM bedeutete aber 2000, nicht 1 Million). Die additive Juxtaposition, wie sie von den Tuskern, Römern, Griechen, Semiten, Mexikanern u. a. angewendet wurde, macht das Rechnen sehr beschwerlich, wenn die Gruppen 2n, 3n, 4n, . . $2n^2$, $3n^2$ . . . ꝛc. gebildet werden sollen. Die Römer wiederholen dasselbe Zeichen viermal; die Mexikaner dagegen, bei denen das erste Gruppenzeichen 20, die nächsten beiden 20^2 und 20^3 sind, müssen eine weit mehrmalige Setzung desselben Zeichens eintreten lassen. — Diejenigen Völker, welche sich der Buchstabenzahlen bedienen, haben eine Wiederholung desselben Zeichens nicht nötig. — Wenn aber bei jenen eine zu große Gleichförmigkeit in der Zahlengraphik herrscht, so zeigt sich bei diesen eine zu große Heterogenität, und somit wird hier wie dort das Rechnen unbequem. — Die Juxtaposition ist auch in die Sprache übergegangen; dabei nennen die Deutschen unterhalb 100 die kleinere Zahl vorher (dreizehn, siebenundzwanzig), im 16. Jahrhundert kommt jedoch auch die Lesart „zwanzig sieben“ vor. Auch die Kymren in Wales sagen deg-or-ugain (10 mit 20). Die Franzosen lassen regelmäßig die Zeichen abnehmend aufeinander folgen (dix-sept). Bei den Römern ist Vor- und Nachsetzen der kleinern Zahl gebräuchlich (unus et viginti, viginti unus). Die subtraktive Juxtaposition kommt bei deutschen Zahlwörtern nicht vor, wohl aber bei lateinischen (duodeviginti, undeviginti) und bei griechischen (δυοῖν δέοντες ἑξήκοντα = 58 d. h. 60 ermangelnd 2, ἑνὸς δέοντες πεντήκοντα = 49 d. h. 50 ermangelnd 1); ebenso auch im Sanskrit, wo statt 19 „vermindertes Zwanzig“ (hier hat man 1 zu ergänzen) und statt 95 „um 5 vermindertes Hundert“ steht. Multiplikative Benennung ist bei Zahlwörtern sehr häufig (dreißig, fünfmalhunderttausend, quatrevingt). In den modernen Sprachen ist auch die dividierende Benennung, die in der Zahlengraphik nirgends zur Anwendung kommt, sehr gebräuchlich (ein halbes Dutzend, ein Viertelhundert); sie kommt nicht nur rein, sondern auch mit Addition verbunden vor (anderthalb, drittehalb, sechstehalb, d. h. das andere, das dritte, das sechste halb, die vorhergehenden Ganzen sind zu ergänzen). Analoge Zahlwörter bilden die lateinische und griechische Sprache (sesquialter = ἐπιδεύτερος = anderthalb, sesquitertius = ἐπίτριτος = $1\frac{1}{3}$). Die Malaien wenden diese Ausdrucksweise auch auf Zehner an und setzen das Wort halb vor („halb 30“ = 25, „halb 60“ = 55).

Die Zahlengraphik ist der palpablen Arithmetik entsprungen. Bei den Mexikanern werden die Einheiten als große runde farbige Körner (bis zu 19, weil 20 das erste Gruppenzeichen ist) nebeneinandergelegt. Die Römer schlugen jedes Jahr einen Nagel in den Jupitertempel, um die Anzahl der Jahre zu bezeichnen; ebenso die Etrusker in den Tempel der Nortia. Die Tusker, Römer (die in Inschriften auch 8 Striche nebeneinander mit Übergehung der V gezeichnet haben), Ägypter, Chinesen bezeichneten die Einheiten durch Striche. Dieselben bis 9 resp. 19 sind die Anfänge der Methode der Juxtaposition, man zählte jede Einheit gesondert; die Buchstabenzahlen und die selbständigen Zahlzeichen fassen mehrere Einheiten als Ganzes zusammen.

b) Die Indikationsmethode. Die Vervielfachung der Zahlen wird erreicht durch vor-, nach-, über- und untergesetzte Indikatoren; als solche dienten Striche, Punkte, Kreise oder Zahlzeichen selbst.

Ein Strich links unten an den Einern bedeutete bei den Griechen das Tausendfache (͵α = 1000; ͵β = 2000); hätten sie die Strichnotation konsequent angewendet, d. h. schon bei den Zehnern begonnen und 20, 200, 2000 ꝛc. durch ͵β ͵͵β ͵͵͵β dargestellt, so wären sie dadurch der Methode des Stellenwertes nahe gekommen; so aber fingen sie mit unglücklicher Überspringung der Zehner und Hunderter erst bei den Tausendern an und setzten sie auch nicht fort. Ein nachgesetztes erhöhtes Komma machte die Zahl zum Nenner des betreffenden Stammbruches ($\delta' = \frac{1}{4}$, $\gamma' = \frac{1}{3}$); die Zweigbrüche hatten die Form von Potenzen, wovon die Basis als Zähler, der Exponent als Nenner galt ($\gamma^{\delta} = \frac{3}{4}$). Striche verwendet auch Ptolemäus in der Bezeichnung der Sexagesimalbrüche, indem er die Nenner 60, 60^2, 60^3 ꝛc. durch ein, zwei, drei Striche ausdrückt und Minuten, Sekunden, Tertien ꝛc. benennt. ($\underline{\alpha\tau o\varepsilon}$ δ' $\iota\delta''$ ι''' $\varkappa\varepsilon''''$ = 1375 Grad 4 Min. 14 Sek. 10 Tert. 25 Quarten). Bei den Römern multipliciert ein darüberstehender Horizontalstrich das Zeichen mit 1000. Links unten und rechts oben stehende Accente sowohl, als auch darunter und darübergesetzte Horizontalstriche sind zur Bildung der Vielfachen der Fundamentalgruppe und ihrer Potenzen auch in den oben erwähnten palmyrenischen und syrischen Zahlzeichen verwendet.

Die Hinzufügung von Zahlzeichen als Indikatoren zu den Gruppenzeichen war bei den Griechen, Chinesen und Indern gebräuchlich; sie werden darüber gesetzt, nur in der indisch-tamulischen Bezeichnungsweise stehen sie davor (2X, 3X, 4C, 5C 2c.). Die Griechen wenden diese Methode nur bei dem Myriadenzeichen an ($\overset{\delta}{Mv}$, $\overset{\gamma}{Mv}$; 4 Myriaden, 3 Myriaden); die Chinesen dagegen führen sie konsequent bei allen Multipla der Periodenzeichen durch, sodaß sie 3568 folgendermaßen schreiben:

$$\begin{matrix} M^3 \\ C^5 \\ X^6 \\ I^8 \end{matrix}$$

In der Gobarschrift sind die Indikatoren Punkte, jeder Punkt multipliciert das Zeichen mit 10. Dieses System besitzt keine Null, behält aber auch dann noch die Punkte bei, wenn sie durch nachfolgende Ziffern entbehrlich sind ($\dot{3} = 30$; $\ddot{3} = 300$; $\overset{\therefore}{3}6 = 3006$; $\overset{\cdot\cdot\cdot}{3}\dot{2}\dot{4}6 = 3246$), weshalb Nesselmann (S. 67) die Idee des Stellenwertes nicht darin sieht, während Hankel (S. 41) meint, daß diese Punkte nur zur Erläuterung des Positionssystems gedient hätten. — Auch bei den Griechen scheint (Nesselm. S. 81) eine analoge Verwendung von Punkten stattgefunden zu haben. Über die Zahlzeichen von 1 bis 9000 setzte man 2, 4, 6 2c. Punkte und ließ je 2 Punkte den Faktor Myriade bedeuten, um das System der Myriaden zu wahren,

$$(\ddot{\alpha} = 1 \text{ Myriade}; \; \overset{::}{\alpha} = 10^8; \; \overset{\vdots\vdots}{\alpha} = 10^{12}; \; {}_{,}\overset{::}{\alpha} = 10^{15}).$$

Denkt man sich die Punkte in der Gobarschrift durch Nullen ersetzt, so erhält man das Indikationssystem der Inder. Bei dieser Bezeichnungsweise mußte es bald auffallen, daß man die Nullen auch daneben setzen konnte, wenn nur ein Zeichen vorhanden ($\overset{\circ\circ\circ}{3} = 3000$; $\overset{\circ}{3} = 30$) und daß sie überflüssig wurden, wenn jede Stelle vertreten war ($\overset{\circ\circ\circ}{3}\overset{\circ\circ}{4}\overset{\circ}{2}6$).

Ein Blick auf die Indikationsmethode zeigt, daß die Verwendung von Zahlzeichen als Indikatoren wesentlich verschieden ist von dem Gebrauch der Striche, Punkte, Nullen; im ersten Falle sind die Indikatoren der Bedeutung nach Koëfficienten oder Multiplikatoren zu den Periodenzeichen, welche dabei die Hauptrolle spielen; im anderen Falle vertreten sie die Periodenzeichen, und den Koëfficienten wird die wichtigste Stelle eingeräumt. Die letztere Art bekundet gegenüber der erstern einen wesentlichen Fortschritt; es bedarf nur noch der Unterdrückung der Indikatoren, um das indische Positionssystem zu erhalten.

c) Die Methode des Stellenwertes oder das Positionssystem. (Siehe unten!)

Zum Schluß sei noch eine Methode erwähnt, die im Mittelalter in Europa üblich war:

d) das Princip der Kolumnen. Diese Methode wurde geübt auf dem Abacus ohne Kenntnis des Stellenwertes. Der Abacus ist ein Schema, bestehend aus einer kleinern oder größern Anzahl senkrechter Kolumnen, welche mit römischen Kopfzahlen nach aufsteigender geometrischer Zehnerprogression versehen sind. Mit 9 Zeichen werden nun in den Kolumnen alle Zahlen ausgedrückt und mit ihnen operiert. Man bemerkt also hier Stufenzahlen und deren Koëfficienten, und es dürfte eine größere Bequemlichkeit und Einfachheit in der Darstellung der Zahlen ohne den Begriff des Stellenwertes und ohne die Null kaum denkbar sein.

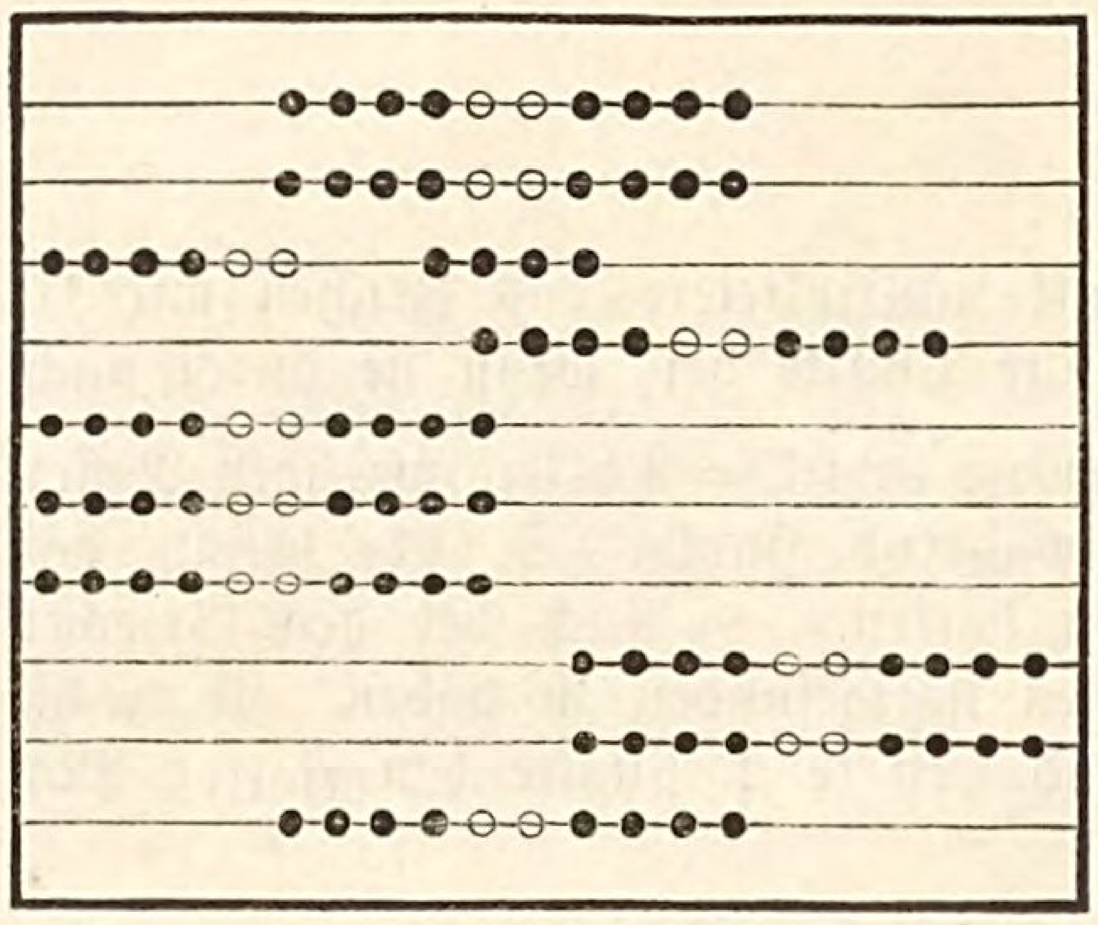
5. Hilfsmittel, deren sich die Alten beim Rechnen bedienten.

Die Hilfsmittel: Finger, Steinchen, lose Schnüre, Instrumente sind sämtlich Werkzeuge der palpablen Arithmetik; der figurativen gehört nur derjenige Abacus an, auf dem mit Zahlzeichen operiert wurde.

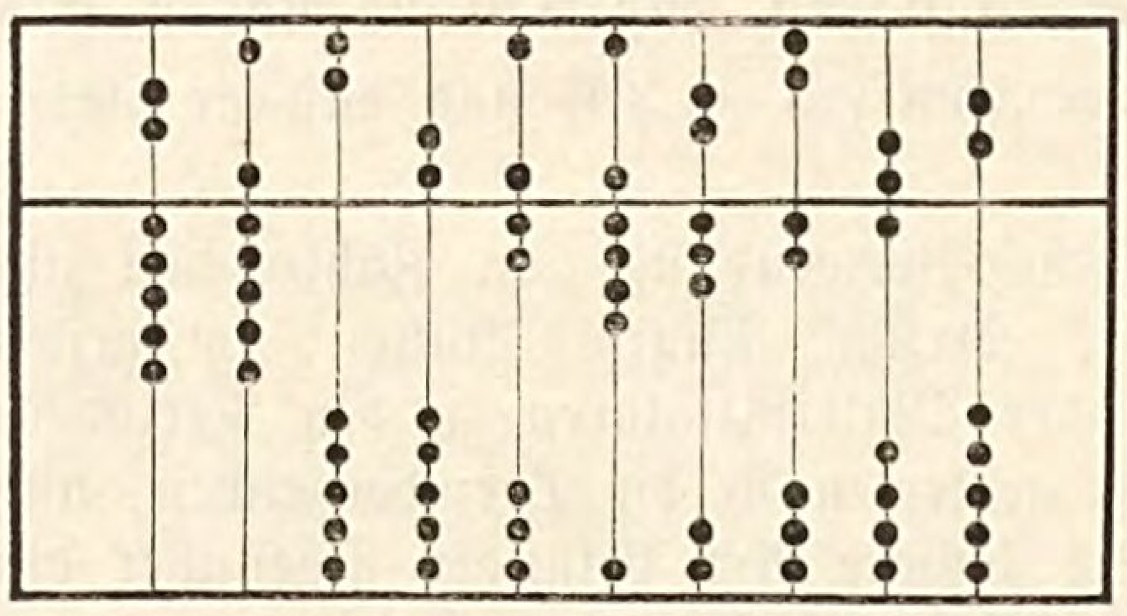
a) Zahlschnüre. Neben den Fingern waren die ersten Hilfsmittel bei den Ägyptern, Chinesen, Indern, Griechen, Römern, Peruanern, kurz: bei allen Völkern, Steinchen, Kügelchen oder Samenkörner, welche in Häufchen gelegt wurden. Da man nun anfänglich nur gleichgroße Kügelchen hatte, so mußte man so viele auf einen Haufen legen, als man Einheiten angeben wollte. Eine Vereinfachung trat ein, als man Kügelchen von verschiedener Größe oder Farbe wählte und für 10 kleinere ein größeres oder andersfarbiges legte; daraus ergab sich die Bequemlichkeit, nicht mehr als 10 oder 9 Kügelchen jeder Sorte nötig zu haben. Um nun die Kugeln immer bei der

Hand und gleich geordnet zu haben, reihte man sie auf Schnüre, jede Sorte gesondert. Solche lose Zahlschnüre waren bei den Tartaren, Chinesen und Ägyptern in den ältesten Zeiten vorhanden und finden sich noch gegenwärtig als Quippos bei den Peruanern und Mexikanern[1]). Der katholische Rosenkranz mag wohl solchen Rechenschnüren seine Entstehung verdanken. — In einen Rahmen gefaßt, geben die Zahlschnüre den russischen Tschotü und den chinesischen Suanpan.

b) Der Tschotü ist ein rechteckiger Rahmen mit 10 Drähten oder Schnüren, auf jeder befinden sich 10 leicht bewegliche Kugeln. Die Drähte repräsentieren verschiedene Werte in 10fach aufsteigender geometrischer Progression; der oberste trägt die Einer, der zweite die Zehner &c. Die linke Seite ist das Zähl-Ende; beim Rechnen werden die geltenden Kugeln nach links, die nichtgeltenden nach rechts geschoben. Um die Anzahl der zu greifenden Kugeln leichter übersehen zu können, sind die mittlern beiden weiß, die übrigen schwarz. Die russische Rechenmaschine ist durch Poncelet, der sich als Kriegsgefangener in Rußland befand, in die französischen Elementarschulen gebracht worden; auch in Deutschland hat sie Aufnahme gefunden, nur mit dem Unterschiede, daß alle Kugeln einerlei Wert haben.



c) Der Suanpan, wie ihn die Chinesen und Tartaren gebrauchen, ist ein Rahmen mit 10 Drähten, welche durch einen Querstab in längere und kürzere Stücke abgeteilt sind. Auf jedem längeren Stück befinden sich 5 bewegliche Kugeln, auf jedem kürzeren 2; jede von den 2 Kugeln auf dem kürzern Stück gilt soviel als die 5 Kugeln auf dem zugehörigen längern Stück. Die Drähte haben verschiedene Werte, der erste rechts trägt die Einer, der nächste die Zehner &c. Der Querstab ist hier das „Zähl-Ende". Die Hinzufügung der quinaren Reihen zu den denaren ermöglicht eine Verminderung der Kugeln gegenüber dem Tschotü; man bemerkt aber leicht, daß auf jedem Drahtstück noch eine Kugel fortgelassen werden kann, was auf dem römischen Abacus geschehen ist. Noch gegenwärtig ist in Orten, wo Chinesen als Kassierer fungieren, ein Suanpan vorhanden; auf demselben sollen sie ihre Rechnungen, indem sie wie auf einem musikalischen Instrumente ganze „Zahlenaccorde" greifen, mit solch fabelhafter Geschwindigkeit ausführen, daß Europäer, die es zum ersten male sehen, in Staunen geraten.



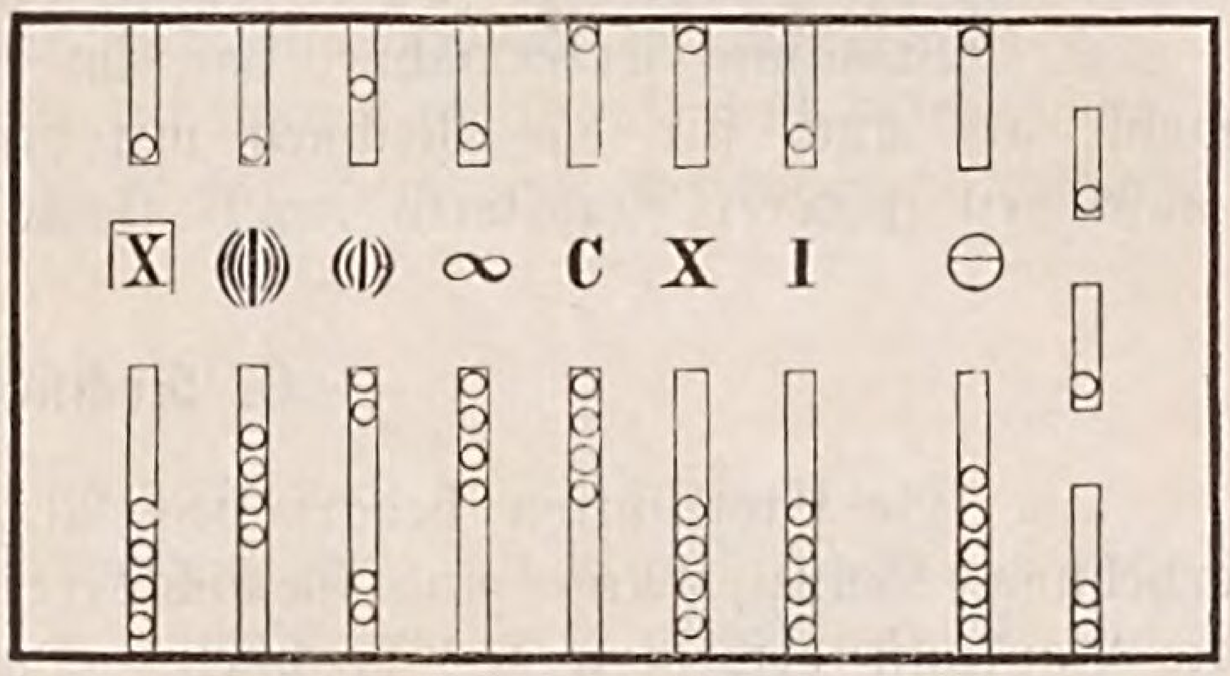
d) Der griechische Abacus. Von dem Tschotü gelangt man zur Vorstellung des griechischen Abacus, wenn man sich den Rahmen durch eine Platte, die Schnüre durch Einschnitte oder Kolumnen ersetzt und die Kugeln nicht befestigt denkt. Die älteste griechische Rechentafel war eine Platte aus Holz, Stein oder Metall mit 10 parallelen Rinnen, in denen sich je 10 bewegliche Stifte mit Knöpfen befanden, welche beim Rechnen nach dem einen oder anderen Ende hingeschoben wurden. Sehr lange scheint dieser Abacus nicht in Gebrauch gewesen zu sein, wahrscheinlich hat Pythagoras ihn verändert. Er benutzte eine glatte Tafel ohne Einschnitte, bestreute sie mit Sand, zog mit einem Stifte Linien und zeichnete in die entstehenden Kolumnen die Zeichen (Striche, Buchstaben oder Zahlzeichen) ein. Vermutlich hat ihn auf diese Art der Einrichtung der Gedanke geführt, dieselbe Tafel nicht zum Rechnen allein, sondern auch zur Darstellung geometrischer Figuren brauchbar zu machen. Die Tafel wurde dem Pythagoras zu Ehren von seinen Schülern pythagoräische Tafel genannt und war weit verbreitet; man erinnere sich nur an die den Tod des Archimedes begleitenden Umstände. Als in späterer Zeit die pythagoreische Tafel außer Gebrauch kam, ist der Name fälschlich auf die bekannte Einmaleinstabelle übertragen worden.

Das Wort abax ist verwandt mit dem semitischen Worte abak = Staub, der Apparat heißt also Staubbrett, Sandbrett. Der Name Abacus kommt 200 v. Chr. vor. „Polybius, ein arkadischer Geschichtsschreiber (203—121 v. Chr.) benutzt das Wort in einem höchst interessanten

1) Humboldt S. 206.

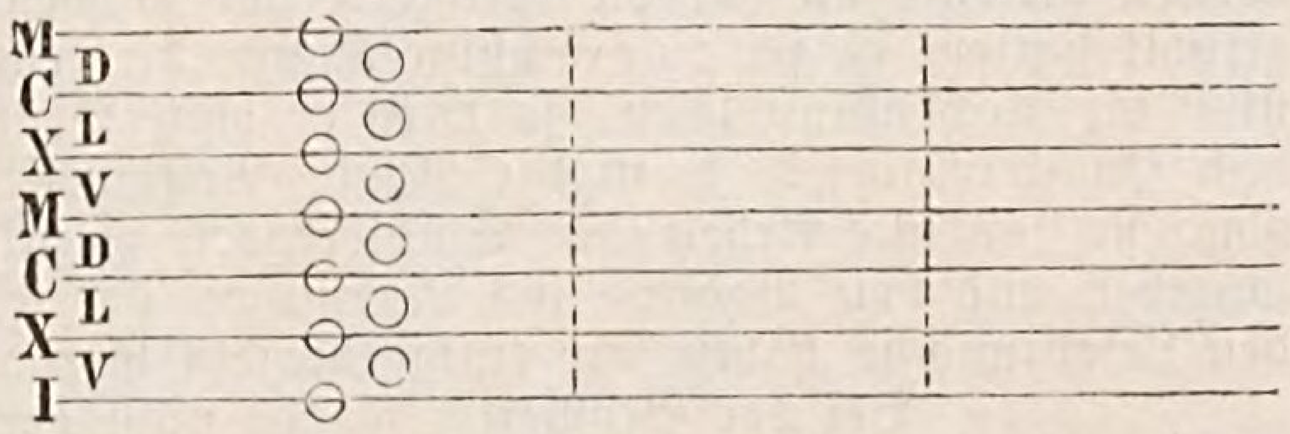
Zusammenhange. Er sagt von den Höflingen, sie glichen den Marken auf dem Abax: wie diese nach dem Willen des Rechnenden bald einen Chalkous bald ein Talent gelten, so seien die Höflinge auf den Wink des Königs hin bald hochbeglückt, bald überaus elend."[1]) Man darf hier an keine mit Sand bestreute Platte denken, sondern an eine Tafel, auf der mit einem farbigen Stifte die Kolumnen gezogen wurden, in denen man mit wegnehmbaren Marken operierte. Auf dem gezeichneten Abacus hat man gewiß auch mit gezeichneten Apices gerechnet (Strichen, Buchstaben und Ziffern).

e) Bekannter als der griechische ist der römische Abacus. Derselbe ist eine Platte aus beliebigem Material mit 7 längeren und 7 kürzeren Gleisen; jedes längere ist mit einer Kopfzahl versehen, die Werte wachsen in 10facher geometrischer Progression. Die eine Marke im kurzen Einschnitt bedeutet 5 darunterstehende; demnach kann man mit 5 Marken 9 Einheiten der betreffenden Ordnung angeben, für 10 nimmt man eine der nächsten Ordnung. Die übrigen rechts abgesonderten Einschnitte gehören nicht zum Zahlensystem, sie waren nötig bei Gewichtberechnungen. Die 5 Marken bedeuten 5 Unzen, die Marke darüber 6 Unzen, zusammen 11; 12 Unzen = 1 As = 1 ℔ wurden durch eine Marke der Einer angegeben. Die Marken in den 3 letzten Einschnitten rechts sind Bruchteile der Unzen, von oben nach unten haben sie die Werte $^1/_2$, $^1/_4$, je $^1/_6$.



Nach Friedlein (S. 20—22) ist wahrscheinlich auch eine weniger bekannte Tafel mit horizontalen Kolumnen, in welche Steinchen (calculi) gelegt wurden, in Gebrauch gewesen; denn die Worte bei Alcuin: calculatores, calculi computus, colligere und collectio deuten genügend darauf hin. Bei den Römern ist der Gebrauch des Abacus ein weit häufigerer als bei den Griechen, weil erstere bei ihrer schwerfälligen Zahlengraphik eines sinnlichen Unterstützungsmittels viel mehr bedurften als letztere.

Im christlichen Abendlande sind (nach Friedleins, S. 48 ff., Vermutung) drei Abaci neben und nach einander im Gebrauch gewesen: der Abacus mit senkrechten Gleisen und verschiebbaren Knöpfen, der Abacus mit Kolumnen und der Abacus mit wagerechten Linien und Rechenpfennigen, wofür ein algorismus linealis des 15. Jahrhunderts, der auf Appulejus zurückgeführt wird, spricht. Der Abacus im algorismus linealis hat die nebenstehende Gestalt und vor dem Abacus mit Gleisen wesentliche Vorzüge; es ist jede beliebige Platte dazu geeignet, die nicht für die Rechnung erforderlichen Marken können beiseite gelegt werden, außerdem kann man durch senkrechte Linien mehrere Abteilungen bilden und somit die Addition mehrsortiger Zahlen vornehmen.



Mehrere Schriftsteller geben zwar über den Abacus Nachricht, allein man erhält über Herkunft, Einrichtung und Gebrauch selten volle Klarheit. Von Boëtius teilt Cantor (S. 202) mit: „Die Pythagoriker haben sich, um bei Multiplikationen, Divisionen und Messungen nicht in Irrtümer zu verfallen — wie sie denn in allen Dingen voller Einfälle und Feinheiten waren — eines gewissen gezeichneten Apparates bedient, welchen sie ihrem Lehrer zu Ehren die pythagorische Tafel nannten, weil die ersten Lehren in den so dargestellten Dingen von jenem Meister ausgegangen waren. Von Späteren wurde der Apparat Abacus genannt. Sie beabsichtigten das, was tiefsinnig erdacht worden war, leichter zur allgemeinen Kenntnis zu bringen, wenn man es gewissermaßen vor Augen sehe, und gaben somit dem Apparate die hier folgende merkwürdige Gestalt." — Odo von Clügny (879 bis 943) sagt auch nicht viel mehr, als daß der Abacus von Pythagoras erfunden, von Boëtius übersetzt und nun von ihm kommentiert worden ist[2]).

---

1) Cantor S. 141.

2) „Will einer Kenntnis des Abacus haben, so muß er Betrachtungen über die Zahlen sich aneignen. Diese Kunst wurde nicht von den modernen Schriftstellern erfunden, sondern von den Alten, und wird deshalb von Vielen vernachlässigt, weil sie durch die Verworrenheit der Zahlen sehr verwickelt ist, wie wir aus der Erzählung unsrer Vorfahren wissen. Erfinder dieser Kunst ist Pythagoras, wie uns mitgeteilt wird. Deren Übung ist bei einigen Dingen notwendig, weil ohne Kenntnis derselben kaum irgend jemand es in der Arithmetik zur Vollkommenheit bringen und die Lehre des Kalküls verstehen wird. Hätten doch unsere heiligen

Die Einrichtung des Abacus von Gerbert ist von dessen Schüler Richerius mitgeteilt[1]). Berelinus, ein andrer unmittelbarer Schüler Gerberts, beschreibt den Abacus als eine polierte Tafel, bestreut mit blauem Sand, darein die Geometer ihre Figuren zeichnen; ebenso Guido von Arezzo, der 1028 eine Abhandlung über die Kunst auf der mit Sand bestreuten Tafel verfaßte. Radulph oder Raoul von Laon, Lehrer der Klosterschule daselbst, welche um 1100 blühte, schreibt:[2]) Der Abacus ist zur Lektüre der alten Griechen unentbehrlich, die Platoniker sind ohne ihn nicht zu verstehen, die Mathematiker bedienen sich seiner in der Feldmeßkunst und Astronomie. Gerbert und Hermann sind die Hauptlehrer dieser Kunst, die sie aber nicht eingeführt, sondern nur aufgefrischt haben.

Vorläufig sei erwähnt, daß im spätern Mittelalter der Name Abacus für Rechenbuch sowohl, als auch für das Rechnen mit dem Positionssystem gebraucht wurde. — Über die Rechenmaschinen späterer Zeit wird im II. Teile gesprochen werden.

6. Rechnen und Rechenunterricht.

Die Civilisation bedarf des Rechnens. Abgrenzung des Grundbesitzes, Handel, Steuererhebung, Münz-, Maß- und Gewichtsregulierung, Feststellung des Kalenders und die Chronologie, die Baukunst erfordern das Rechnen. Dasselbe ist ursprünglich eine kaufmännische Erfindung, erst später ist man zu zahlentheoretischen Betrachtungen emporgestiegen.

Das erste Rechnen war nur ein Operieren im Kopfe; weil aber abstraktes Denken schwer ist, weil die schriftliche Darstellung der Zahlen höchst unbehilflich und geeignetes Material[3]) entweder nicht vorhanden oder zu kostspielig war, so ist anfänglich neben dem Kopfrechnen vorherrschend das palpable Rechnen, die Kunst mit den oben angeführten Hilfsmitteln zu operieren, ausgebildet worden. Zur dritten Stufe, dem schriftlichen Rechnen, sind freilich nicht alle Schichten der einzelnen Völker gelangt, sie sind teils auf der ersten, teils auf der zweiten stehen geblieben.

Weisen niemals die für die heilige Kirche notwendigen Regeln auf das Ansehen jener Heiden gestützt, wenn sie gefühlt hätten, es sei eine müßige Kunst, die jene lehrten. Will z. B. einer die Bücher des Beda Venerabilis über die Rechenkunst lesen, so wird er ohne Besitz dieser Kunst wenig Nutzen erzielen können. Eben sie ist in dem Quadrivium, d. h. in der Musik, Arithmetik, Geometrie und Astronomie, so notwendig und nützlich, daß ohne sie fast alle Arbeit der Studierenden zwecklos erscheint. Wir glauben, daß sie von alters griechisch geschrieben und von Boëtius ins Lateinische übersetzt wurde. Aber das Buch über diese Kunst ist zu schwer für den Leser und so haben wir einige Regeln hier auseinander gesetzt." Cantor S. 295.

1) „Bei der Geometrie wurde nicht geringe Mühe auf den Unterricht verwandt. Zur Einleitung in dieselbe ließ Gerbert durch einen Schildmacher einen Abacus, d. h. eine Tafel von geeigneten Dimensionen, anfertigen. Die längere Seite war in 27 Teile abgeteilt, und darauf ordnete er Zeichen, neun an der Zahl, die jede Zahl darstellen konnten. Ihnen ähnlich ließ er 1000 Charaktere von Horn bilden, welche abwechselnd auf den 27 Abteilungen des Abacus die Multiplikation oder Division irgendwelcher Zahl darstellen sollten, indem mit deren Hilfe die Division oder Multiplikation der Zahlen so kompendiös von statten ging, daß sie bei der großen Menge von Beispielen viel leichter verstanden, als durch Worte gezeigt werden konnte. Wer die Kenntnis davon sich vollständig erwerben will, der lese das Buch, welches Gerbert an C. den Grammatiker schrieb. Dort findet er es zur Genüge und darüber hinaus beschrieben." Cantor S. 316.

2) „Jetzt ist zu besprechen, welcher Wissenschaft dieser Apparat hauptsächlich dient. Der Abacus erweist sich als absolut notwendig zur Untersuchung der Verhältnisse der spekulativen Arithmetik; ferner bei den Zahlen, auf denen die Modulationen der Musik beruhen. Desgleichen für die Dinge, welche durch die emsigen Bemühungen der Astronomen über den verschiedenen Lauf der Wandelsterne gefunden sind, und über deren gleiche Umdrehung dem Weltall gegenüber, wenn auch ihre Jahre je nach dem Verhältnis der ungleichen Kreise sehr verschiedenes Ende haben; weiter noch bei den dem Plato nachgebildeten Gedanken über die Weltseele und zur Lektüre all der alten Schriftsteller, welche ihren scharfsinnigen Fleiß den Zahlen zuwandten. Am allermeisten aber zeigt sich der Gebrauch dieser Tafel bequem und wird von den Lehrern der Kunst benutzt bei Auffindung der Formeln der geometrischen Disziplinen und bei Anwendung derselben auf die Ausmessung der Länder und Meere. Allein die Wissenschaft, von der ich eben rede, ist bei fast allen Bewohnern des Occidents in Vergessenheit geraten, und so wurde auch die Kunst des Kalküls beim Aufhören der Kunst, zu deren Hilfe sie erfunden war, nicht gar groß beachtet; ja sie kam in Mißkredit, und nur Gerbert, genannt der Weise, ein Mann von höchster Einsicht, und der vortreffliche Gelehrte Hermann und deren Schüler pflanzten einiges bis zu unsern Zeiten fort; in ihnen zeigt sich noch ein schwacher Abfluß jener Quellen der genannten Wissenschaft." Cantor S. 334.

3) In Indien wird gegenwärtig nicht mit Tinte und Feder auf Papier gerechnet, sondern auf einem schwarzen Holztäfelchen mit dem Schreibrohre und einer weißen dünnflüssigen Farbe, welche abwischbare Zeichen liefert, oder auf einer weißen mit rotem Sand bestreuten Tafel.

Wenn man sich die Fragen vorlegt: Wer erteilte, wer empfing Unterricht im Rechnen bei den alten Kulturvölkern, welches war die Unterrichtsmethode? so fallen die Antworten darauf unvollständig aus; denn die Nachrichten darüber sind so lückenhaft, daß es unmöglich ist, auch nur ein einigermaßen deutliches Bild zu geben. Wir müssen uns meist mit einzelnen Angaben begnügen. So viel läßt sich jedoch mit Bestimmtheit sagen, daß die Rechenkunst nicht Gemeingut war, daß nicht einmal die Elemente derselben allen zugänglich waren, weil es einen Volksunterricht, wie wir ihn haben, nirgends gab. Mit Kunst und Wissenschaft sich zu beschäftigen, sahen sogar bestimmte Kasten oder sich abschließende Kreise als ihr alleiniges Vorrecht an. Bei den Ägyptern, Hebräern, Babyloniern war die Pflege der Wissenschaften in den Händen der Priester. Die ägyptischen Priester unterwiesen nur die Mitglieder ihrer Kaste; und es ist bekannt, daß es dem Pythagoras, trotzdem daß er die Erlaubnis des ägyptischen Königs zum Besuche der Schule hatte, noch unsäglich viel Mühe kostete, ehe er aus den Quellen ägyptischer Priesterweisheit schöpfen durfte. Von den Chinesen ist uns, wie bereits oben erwähnt wurde, die Forderung des Kaisers Tschaukong bekannt, die Söhne der Fürsten und des Adels in den neun arithmetischen Sektionen zu unterweisen; ob man aber dieser Forderung nachkam, darüber fehlen die Nachrichten.

a) Für die Weltstadt Babylon, dem Markt- und Handelsplatz vieler Nationen, war die praktische Rechenkunst ganz unentbehrlich. Daselbst scheint auch die Zeitrechnung ihren Ursprung zu haben; das älteste Chronometer war wahrscheinlich die Wasseruhr, ein Gefäß, aus dem in der Zeiteinheit eine bestimmte Menge Wasser floß. Welch hohe Stufe sie in der Rechenkunst erreicht hatten, beweist die Rechnung mit den Sexagesimalbrüchen. Dadurch, daß sie alle Brüche in 60teln ausdrückten, war die Rechnung auf die Operation mit ganzen Zahlen zurückgeführt. Von den Babyloniern existieren noch zwei hierher gehörige Dokumente: eine Tafel mit den Quadraten von 1 bis 60 im Sexagesimalsystem, welche bei der Wurzelausziehung Verwendung fand; und eine astronomische Tafel, auf welcher für jeden Tag des Monats die Größe des erleuchteten Teils der zu 240 Teilen angenommenen Mondscheibe verzeichnet ist. Die Teile schreiten vom 5. bis 10. Tage (5, 10, 20, 40, 80, 160) in geometrischer und vom 10. bis 15. Tage (160, 176, 192, 208, 240) in arithmetischer Progression fort. — Auch mit den Proportionen haben sie sich beschäftigt, und einige schreiben ihnen die Erfindung der vollkommenen oder musikalischen Proportion zu.

b) Von den Ägyptern ist bekannt, daß sie neben den heiligen (hieratischen) Zahlzeichen auch solche für den gewöhnlichen Gebrauch (demotische) besaßen, daß sie zu Herodots Zeiten mit Steinchen auf einem Instrument rechneten (Lib. II, 36), daß sie Operationszeichen (in der Addition ein unserem + entsprechendes und vor die Summe ein unserem = gleichwertiges Zeichen setzten) gebrauchten, und daß bei ihnen auch Rechenunterricht erteilt wurde. Besonderer Pflege erfreute sich aber die praktische Geometrie, die Feldmeßkunst; denn die alljährlichen Nilüberschwemmungen machten neue Messungen zur richtigen Steuererhebung und zur Abgrenzung gleichgroßer Parzellen im Nilthal nötig. Im 7. Jahrhunderte v. Chr. war bei ihnen schon eine Blüteperiode vorüber. Von vielen namhaften griechischen Geometern weiß man, daß sie Studienreisen nach Ägypten unternommen haben (Thales im 7., Önopides und Pythagoras im 6., Demokrit im 5., Platon und Eudoxus im 4. Jahrhundert); und Demokrit stellt, sich selbst lobend, den Ägyptern ein günstiges Zeugnis aus: in der Konstruktion der Figuren und in den Beweisen habe ihn niemand übertroffen, selbst nicht die ägyptischen Feldmesser. Bei der Verwandlung der Figuren nahmen sie es mit der Richtigkeit nicht sehr genau; am meisten berechnete man den Inhalt rechtwinkliger Dreiecke und Vierecke; selbst schiefwinklige Vierecke, deren Winkel aber wahrscheinlich nicht viel von 90° abwichen, berechneten sie nach der Formel $\frac{a+c}{2} \cdot \frac{b+d}{2}$. Die Ägypter verstanden ebenso wie die Chaldäer die Bewegung der Planeten vorher zu bestimmen, nur mit dem Unterschiede, daß diese sich der Rechnung, jene der Zeichnung bedienten.

c) Das älteste chinesische Werk mathematischen Inhalts ist 2700 v. Chr. verfaßt und handelt von den neun arithmetischen Sektionen. Auf dieses Werk weisen alle nachfolgenden Schriftsteller zurück. Unter des Kaisers Tschaukongs (1100 v. Chr.) Mitwirkung verfaßte der Gelehrte Schan-Kaou ein mathematisches Werk, Tschau-pi. Der erste Abschnitt, den Biernatzki mitgeteilt hat, enthält einige Lehren vom Quadrat, vom rechtwinkligen Dreieck mit den Seitenzahlen 3, 4, 5, vom

Kreis, die Ausmessung von Höhen und Tiefen mittels des rechten Winkels, die Anwendung der Arithmetik auf Geometrie. Ungefähr 200 v. Chr. ließ der Kaiser Hoangti sämtliche Schriften verbrennen, damit der Geschmack der Alten nicht ein Verdammungsurteil über die neuen Einrichtungen spreche oder gar die Politik des Kaisers tadeln solle. Die spätere Litteratur ist aber trotzdem reich an mathematischen Schriften, von denen Biernatzki viele aufzählt. Der Inhalt gehört immer der Arithmetik, Geometrie, Trigonometrie und Stereometrie an. Allein fast alle chinesischen Schriftsteller legen aus allzu großer Bescheidenheit die eigenen Entdeckungen ihren Vorfahren bei und geben sich selbst nur für Kommentatoren aus, aus welcher üblen Gewohnheit für die Historiker die Schwierigkeit erwächst, oft nicht feststellen zu können, wessen Eigentum dieser oder jener Satz ist. So schrieb z. B. Yang-Hwug 1250 n. Chr. noch eine Erklärung der neun arithmetischen Sektionen. Von demselben Verfasser rühren aber auch noch zwei andere leichtfaßliche Schriften her: „Erläuterungen der Arithmetik für den täglichen Gebrauch“ und „Vollständiges Handbuch der Multiplikation und Division“. Von dieser Zeit ab sind jedoch die mathematischen Wissenschaften brach liegen geblieben; denn als die Jesuiten im 16. Jahrhundert in das verschlossene Reich einzudringen versuchten, wußten sie sich durch ihre mathematischen Kenntnisse (man denke, wie wenig bedeutend dieselben gewesen sein können) eine glänzende Stellung am Kaiserhofe zu erringen. Den jetzt lebenden Chinesen wird mathematisches Talent fast gänzlich abgesprochen; höhere Abstraktionen und Spekulationen könne ihr Verstand gar nicht fassen, weshalb unter allen Wissenschaften die Algebra diejenige sei, die sie am wenigsten pflegten. Dagegen ist oben schon erwähnt worden, daß sie die praktischen Aufgaben auf dem Suanpan mit unglaublicher Geschwindigkeit lösen. — Das Hauptwerk, die neun arithmetischen Sektionen, umfassen 240 Aufgaben in 9 Abteilungen. Die Addition und Subtraktion fehlen hier und später regelmäßig in den Büchern, weil man deren Kenntnis voraussetzte für diejenigen, die sich mit dem Vorliegenden befassen wollten. In der Multiplikation begann man mit der höchsten Ordnung, die Division war eine wiederholte Subtraktion des Divisors. Nach kurzer Erklärung der Multiplikation und Division ist im ersten Abschnitt die Ausmessung der Felder (dreieckiger, viereckiger, kreisförmiger rc.) gelehrt. Für die Berechnung der Kreisfläche gab es sechs Methoden; das Verhältnis des Durchmessers zum Umfange ist darin wie 1 : 3 angenommen; doch waren ihnen auch die genaueren 7 : 22 und 50 : 157 bekannt. Der zweite Abschnitt handelt von den Proportionen und giebt Regeln, den Wert von Reis verschiedener Qualität zu ermitteln. Der dritte Abschnitt giebt die Gesellschaftsregel und lehrt verschiedene Verteilung gewisser Summen unter mehrere Personen. Im vierten Abschnitt ist das Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzel in 24 Aufgaben auseinandergesetzt. Im fünften Abschnitt, „Körpermessung“, sind die notwendigsten Berechnungen des Kubikinhalts bei öffentlichen Bauten (Mauern, Wällen, Gräben, Türmen) mitgeteilt. Der sechste Abschnitt enthält die Vermischungsregeln, d. h. Regeln über die durchschnittliche Steuer aus Grundbesitz oder Bevölkerung; Regeln über Ermittelung des Wertes der im Preise schwankenden Waren; Regeln über Berechnung der Anzahl verschiedener Arten, die unter gewissen Bedingungen eine Gruppe bilden, z. B. in einem Käfig sind Fasane und Kaninchen, und zwar 35 Köpfe und 94 Füße, wieviel von jeder Sorte. Der siebente Abschnitt, Überschuß und Mangel, berechnet das Facit aus dem Verhältnis des Zuviel oder Zuwenig (ähnlich der regula falsorum); z. B. eine Anzahl Leute kauft eine Menge Waren: hätte jeder 8 Kasch bezahlt, so wären 3 Kasch zu viel; hätte jeder 7 Kasch bezahlt, so wären 4 Kasch zu wenig gewesen (7 Leute, 53 Kasch)[1]. Den achten Abschnitt bilden „Gleichungen“. Nach einer Auseinandersetzung über den Gebrauch von plus und minus (positive Zahlen werden rot, negative schwarz geschrieben) wird in 18 Aufgaben gezeigt, wie sich aus bekannten Größen unbekannte finden lassen. Z. B. wenn 5 Ochsen und 2 Schafe 10 Taels in Gold kosten und 2 Ochsen und 8 Schafe 8 Taels, wie teuer ist jeder Ochs und jedes Schaf? Der neunte Abschnitt enthält 24 Aufgaben aus der Trigonometrie, die Größenverhältnisse sind dem rechtwinkligen Dreiecke entlehnt. Einige Aufgaben sind:

---

1) Bezeichnet man mit y die Anzahl der Personen und mit x die Anzahl der Kasch, so hat man die beiden Gleichungen

$$8y = x + 3$$
$$7y = x - 4.$$

Durch Subtraktion erhält man $y = 7$. Durch Substitution dieses Wertes ergiebt sich $x = 53$.

a) Gegeben ist die Basis und die Differenz zwischen Höhe und Hypotenuse, gesucht die Höhe oder die Hypotenuse: „Im Mittelpunkt eines Teiches, welcher 10 Fuß im Quadrat mißt, wächst ein Schilf, das sich einen Fuß hoch über das Wasser erhebt; als man es ans Ufer zog, reichte es nur bis an den Rand des Teiches; welche Tiefe hat das Wasser?" [$(x + 1)^2 = x^2 + 5^2$; $x = 12$.]

b) Gegeben ist die Basis und die Summe von Höhe und Hypotenuse, gesucht die Höhe. „Ein 10 Fuß hoher Bambus ist nach oben hin gebrochen, berührt nun das obere Ende den Boden, so ist es 3 Fuß von dem entgegengesetzten Ende entfernt; wie hoch ist der Bambus bis zum Bruche?" [$(10 - x)^2 = x^2 + 3^2$; $x = 4\frac{11}{20}$.]

Dies sind ungefähr die Grundlagen der Mathematik, auf denen die Nachfolger weiter bauten. — Eine höchst merkwürdige Regel ist die „große Erweiterung" (über welche Cantor, Zeitschrift für Math. III. gehandelt hat), d. i. die Regel zur Auffindung unbekannter Größen, sie ist zuerst bei Sun Tsze, 220 v. Chr., als „Unbekannte Zahlengrößen" aufgeführt. Z. B. „Eine Zahl, durch 3 dividiert, giebt den Rest 2, durch 5 dividiert, den Rest 3 und durch 7 dividiert, den Rest 2. Welches ist die Zahl? 23. — Lösung dazu: ‚Dividiert durch 3 giebt den Rest 2', schreibe 140; weil: ‚dividiert durch 5 giebt den Rest 3', schreibe 63; ‚dividiert durch 7 giebt den Rest 2', schreibe 30; addiere die Zahlen, kommt 233, subtrahiere davon 210, giebt den Rest 23, die gesuchte Zahl." Darauf folgt noch die Notiz: „Für 1, durch 3 gewonnen, setze 70; für 1, durch 5 gewonnen, setze 21; für 1, durch 7 gewonnen, setze 15; ist die Summe 106 oder mehr, so subtrahiere davon 105 und der Rest ist die gesuchte Zahl." — Später ist diese Regel ein wenig erklärt: „Man multipliciere die 3 Divisoren 3, 5 und 7, wodurch man die Zahl 105 erhält, welche ‚Erweiterung' heißt. Diese dividiere man durch die ‚bestimmte Stammzahl', hier die Zahl 7, so ist der Quotient 15 die Erweiterungszahl."

Oben heißt es nun: für 1, durch 7 gewonnen, schreibe 15 (Hilfszahl). $105 : 5 = 21$ (Erweiterungszahl); $21 : 5$ läßt als Rest 1; daher oben: „für 1 durch 5 gewonnen schreibe 21 (Hilfszahl)". $105 : 3 = 35$ (Erweiterungszahl); $35 : 3$ läßt als Rest 2; $35 \cdot 2 = 70$; daher oben: „für 1 durch 3 gewonnen schreibe 70 (Hilfszahl)". Die Hilfszahlen werden mit dem Reste multipliciert (70 mal 2; 21 mal 3; 15 mal 2), die Produkte addiert ($140 + 63 + 30 = 233$), davon 105 so oft als möglich subtrahiert ($233 - 2 \cdot 105 = 23$), der Rest ist die gesuchte Zahl.

Die Erweiterungsregel ist von späteren Gelehrten weiter ausgebildet worden und diente zur Berechnung astronomischer Verhältnisse, namentlich der Cyklen und Epicyklen. Diese Methode wurde auch die arithmetische Grundlage der beliebten Wahrsagerkunst vieler heidnischen Völker, zu welchem Zwecke für die Zahlen besondere Schriftzeichen substituiert wurden. Im Jahre 717 n. Chr. hat Yih-King, ein Priester, über die Erweiterungsregel eine bedeutende Abhandlung verfaßt, welche von Tsin Kiu Tschaou in einem zweibändigen Werke „Neun Abschnitte der Rechenkunst" kommentiert worden ist. Der erste Abschnitt enthält die Erweiterungsregel selbst, der zweite zeigt ihre Anwendung in der Astronomie. Es war gut, daß eine Methode existierte, nach welcher sich die Länge des Sonnenjahres, Unregelmäßigkeiten in den Planetenbewegungen ꝛc. berechnen ließen, weil die astronomischen Instrumente höchst unvollkommen waren. Der dritte Abschnitt handelt von der Berechnung der Arbeit; der vierte von der Geldrechnung („7 gleiche Kapitalien werden durch täglich darauf gezogene Wechsel von verschiedenem Betrage vermindert. Die Größe der Kapitalien und die Anzahl der Tage [an denen Wechsel gezogen sind] sind unbekannt; man kennt den Betrag der täglich gezogenen Wechsel und den Rest der Kapitalien, daraus ist die ursprüngliche Größe des Kapitals zu berechnen"). Aus dem fünften Abschnitte: „Drei Landwirte besitzen jeder eine gleiche Menge Getreides, welches auf verschiedenen Märkten und zu verschiedenen Preisen gekauft worden ist. Der Überschuß über das volle Normalmaß ist bekannt; daraus soll gefunden werden, wie viel die ganze Menge betrug." Der sechste Abschnitt enthält folgende Aufgabe: „Drei Regimenter marschieren nach der Hauptstadt. Man weiß, wie viele Meilen jedes täglich zurücklegt und zugleich die Stunde, wenn alle drei die Hauptstadt erreichen, und soll darnach die Entfernung der Hauptstadt von dem Punkt des Ausmarsches der Soldaten berechnen." Eine andre Bewegungsaufgabe enthält der siebente Abschnitt: „Zwei Kuriere machen mit verschiedener Eile eine Reise, es wird gefragt, welches der erste Ort sei, in welchem sie auf ihrer Route übernachten." Der zweite Teil des Werkes enthält ausschließlich Berechnungen aus der Astronomie und Naturlehre, d. h. Berechnungen über den Fall des Regens

und Schnees, über die Länge des Schattens am Sonnenzeiger ꝛc. Außerdem teilt Biernatzki noch einiges aus dem 13. Jahrhundert mit, was jedoch in das Gebiet der Algebra gehört; er führt auch Lösungen von Aufgaben vor, die die Unbekannte in einer höheren als der 2. Potenz enthalten.

d) Bedeutend mehr ist von der Arithmetik der Griechen und Römer bekannt. Bei den Griechen waren die Träger der Wissenschaft nicht die Priester, sondern die Philosophen, welche alle Gebiete des Wissens in den Kreis ihres Forschens und Lehrens zogen. Hervorragende Männer sammelten wißbegierige Jünglinge („Schüler") um sich, die ihren Meister täglich hörten und denen durch besondere Unterredungen der Zugang zu den Tiefen der Wissenschaft eröffnet wurde; die Menge des Volks wurde durch öffentliche Vorträge allgemeinen Inhalts belehrt. Genannte Vorträge wurden auch zahlreich besucht, selbst das weibliche Geschlecht blieb nicht fern. Einer der bekanntesten Lehrer des Volkes ist Sokrates, der durch seine Lehre eifrig und nachhaltig für des Volkes Wohl, als dessen Grundlagen er Mäßigkeit, Zufriedenheit und Sittenreinheit hinstellte, wirkte. Er lehrte an allen Orten: bei Tische, auf dem Markte, im Kriegslager, auf Spaziergängen, kurz: wo er viele Menschen versammelt fand. Die eigentümliche Methode, die er einschlug, nämlich durch Frage und Antwort die Wahrheit des einen und die Ungereimtheit des andern an den Tag zu fördern, ist als sokratisierende Methode bis heutigen Tages berühmt und in Anwendung geblieben.

Die Griechen unterschieden in der Behandlung der Zahlen die Arithmetik und Logistik. Die Arithmetik beschäftigt sich mit den Eigenschaften der Zahlen an und für sich und handelt von geraden und ungeraden, von vollständigen, übervollständigen und mangelhaften, von rationalen und irrationalen, von Polygon-, Flächen- und Körperzahlen ꝛc.: sie ist die Zahlentheorie; während unter Logistik die praktische Rechenkunst verstanden wird. — Die bedeutendsten griechischen Mathematiker bis circa 300 v. Chr. sind in chronologischer Reihenfolge etwa folgende: Pythagoras, Platon, Euklid, Aristarchus, Archimedes, Eratosthenes, Apollonius, Heron, Hipparchus; die letzten sechs lebten in wenig mehr als einem Jahrhunderte. Von 300 vor bis 100 nach Chr. hat kein Grieche eine Arithmetik, eine wissenschaftliche Zahlentheorie, geschrieben. Man beschäftigte sich allgemein nach Archimedes und Apollonius Vorgange mit Astronomie und Geometrie. Erst Nikomachus (100 n. Chr.), der im Altertum ein hohes Ansehen genoß und als bedeutende Autorität galt, hat wieder eine Einleitung in die Arithmetik verfaßt. Sein Werk, das für Anfänger bestimmt ist und ihnen Geschmack an Untersuchungen über die Natur der Zahlen einflößen sollte, ist für die Folgezeit die wichtigste Quelle gewesen nnd viel kommentiert worden. Nach ihm sind noch Theon von Smyrna (zweites Jahrh.) und Jamblichus (im vierten Jahrh.) hervorzuheben. Der letzte selbstschaffende Geist ist Diophant (nicht vor der Mitte des vierten Jahrh.). Seine Werke sind zu seiner Zeit wenig bekannt gewesen, weil man sie nicht verstand. Nach jener Zeit sind nur Kompilatoren zu nennen, deren alleiniges Auftreten ein sicheres Kennzeichen für den wissenschaftlichen Ruin eines Volkes ist. — Einen guten Teil der Schuld an dem Verfall der griechischen Wissenschaft trägt auch der Kaiser Theodosius, der, geleitet von orthodoxen und fanatischen Priestern, die Vernichtung der alexandrinischen Bibliothek herbeiführte und durch diesen für die Wissenschaft nicht genug zu beklagenden Verlust den Gelehrten auch die äußeren Mittel zur wissenschaftlichen Ausbildung raubte.

Für die exakten Wissenschaften hat sich unter den Genannten Pythagoras unsterblichen Ruhm erworben; die einzelnen, losen Notizen über sein Leben hat Cantor (I) zu einer vollständigen Biographie[1]) zu vereinigen gewußt. — Seine Zuhörer zerfielen in zwei Abteilungen: in solche, die

1) Pythagoras war 569 v. Chr. auf einer Reise seiner Eltern, Mnesarchos und Pythais, in Tyrus geboren. Die Heimat seines Vaters war die Insel Lemnos, jedoch hatte dieser auch das Bürgerrecht von den Samiern erhalten, weil er sie in einer Hungersnot mit Getreide versorgt hatte. 551 ging der talentvolle, aufopferungsfähige und von Wissensdurst beseelte Jüngling auf Reisen, zuerst nach Lesbos. Hier verweilte er zwei Jahre bei Pherekydes, einem bedeutenden Lehrer damaliger Zeit, der aber nur Dolmetscher ägyptischer Wissenschaft war. 549 ging Pythagoras nach Milet, wo er bei Anaximander und Thales die Anfangsgründe in der kosmischen Physik lernte und seine astronomischen und mathematischen Kenntnisse erweiterte. Thales, der in Ägypten die Berechnung des Sonnenjahres und die Bestimmung der Höhe der Pyramiden aus deren Schattenlänge gelernt hatte, der die Sätze vom rechten Winkel im Halbkreis und der Gleichheit der Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck sein Eigentum nennt, wies den jungen strebsamen Geist nach Ägypten. Dahin ging Pythagoras 547, nachdem er sich vorher in Sidon mit den ägyptischen Weihediensten bekannt gemacht hatte. Allein trotz der Empfehlung und des Wunsches des Königs (Amasis) machten die Priester unendliche Schwierig-

ihn beständig („Schüler") und solche, die ihn nur gelegentlich hörten. In den abendlichen Vorlesungen kam nichts exakt Wissenschaftliches zur Sprache, er redete über Moral, Unsterblichkeit der Seele, Seelenwanderung. Den Schülern dagegen wurde die strenge Lehre des Pythagoras als wissenschaftliches Ganze in systematischer Form von der elementarsten Mathematik bis zu den subtilsten philosophischen und theologischen Spekulationen vorgetragen. Den Unterricht begann Pythagoras damit, daß er viel auswendig lernen ließ, wie er es in Ägypten hatte selbst thun müssen. Der erste Lehrgegenstand war die Mathematik, welche in allen griechischen Schulen die erste und oberste Stelle einnahm. Der Stoff wurde in kurzen Lehrsätzen mit Beweisen in logischer Aufeinanderfolge und systematischer Form gegeben, damit ihn der Geist besser zu behalten im Stande wäre. Die demonstrative Methode, wie sie im Euklid niedergelegt ist, ist nicht die Schöpfung eines einzelnen, sondern als Ergebnis der durch Generationen fortgepflanzten Unterrichtsweise anzusehen; Pythagoras hat sie aus Ägypten mitgebracht. In seinen zahlentheoretischen Untersuchungen entdeckte Pythagoras die Formel für die Bildung rationaler rechtwinkeliger Dreiecke. Er geht von der ungeraden Zahl aus und nimmt dieselbe als kleinere Kathete an, von dem Quadrat derselben die Einheit subtrahiert und den Rest halbiert, giebt die größere Kathete; zu dem Quadrat der kleinern Kathete die Einheit addiert und die Summe halbiert, giebt die Hypotenuse; in Buchstaben: a, $\frac{1}{2}(a^2 - 1)$, $\frac{1}{2}(a^2 + 1)$. Die Idee des Irrationalen entdeckte er am gleichschenklig-rechtwinkligen Dreieck; er mochte die Katheten setzen wie er wollte, es gelang doch niemals, daß die Summe ihrer Quadrate eine Quadratzahl wurde, weshalb er schließlich sagte: dies ist ein unlösbares Problem. Aus der Einteilung der Zahlen hebt er gerade und ungerade, Quadrat- und Nichtquadratzahlen hervor. In der Summation von Reihen findet er den Satz: die Summe der aufeinanderfolgenden ungeraden Zahlen ist stets eine Quadratzahl $\left[1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \cdots n = \left(\frac{n+1}{2}\right)^2\right]$; derselbe wird geometrisch erläutert, indem die ungeraden Zahlen[1]) als Gnomone um die erste Zahl 1 gesetzt werden, das Ganze ist stets ein Quadrat. — Durch Summation der aufeinanderfolgenden geraden Zahlen entstehen die Heteromeken oder ungleichseitigen Zahlen, so genannt, weil sie Produkte bilden aus zwei um eine Einheit verschiedenen Faktoren: ($2 = 1 . 2$; $6 = 2 . 3$; $12 = 3 . 4$; $20 = 4 . 5$). Besonders viel hat sich Pythagoras mit den Proportionen beschäftigt. Vier Größen (a, b, c, d) stehen in arithmetischer Proportion, wenn $a - b = c - d$; in geometrischer, wenn $a : b = c : d$. Die folgenden Ausdrücke stellen die dazugehörigen stetigen Proportionen dar: ($a - b = b - c$; $a : b = b : c$). $\frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{c}$ ist die harmonische Proportion. Wenn a und b zwei Zahlen bedeuten, so ist $\frac{a+b}{2}$ das arithmetische, $\sqrt{ab}$ das geometrische und $\frac{2ab}{a+b}$ das harmonische Mittel. Zwischen zwei Zahlen, ihrem arithmetischen und harmonischen Mittel findet eine geometrische Proportion statt $\left(a : \frac{a+b}{2} = \frac{2ab}{a+b} : b\right)$, welche Proportion die vollkommenste oder

keiten, ehe sie ihm ihre Schule öffneten. Der König führte ihn in das Tempelkollegium zu Heliopolis, dort wies man ihn an das ältere zu Memphis, von dort an das älteste zu Theben, wo er nur bedingungsweise Aufnahme fand. Man forderte Waschungen, Scheren des ganzen Körpers, Fasten; doch Pythagoras unterwarf sich willig diesen nach hellenischer Denkweise unanständigen Forderungen. Bald aber hatte er sich solche Liebe und Achtung erworben, daß er den obersten Priestern zugezählt wurde. Nach einem zwanzigjährigen Aufenthalte verließ er Ägypten, machte eine Rundreise durch Griechenland und ließ sich, nachdem auf der Insel Samos die ersten Versuche seiner Lehrthätigkeit mißlungen waren, zu Kroton in Großgriechenland nieder. Hier hielt er Reden für alle. Den Jünglingen legte er anziehend und ernst ihre Pflichten vor und machte ihnen eindringlich, daß Gesetzlichkeit und Sittenreinheit allein die sicheren Grundlagen für das Staatswohl und Familienglück sind; dasselbe sagte er den Knaben in kindlicher Form. Der Inhalt der Reden an die Frauen ist nicht überliefert; jedoch ist die eine Wirkung, die Rückkehr von der Prachtliebe und Verschwendungssucht zur Einfachheit und Mäßigkeit, bekannt; denn viele tausend kostbare Gewänder wurden dem Tempel der Hera geschenkt, weil keine Frau mehr ein solches zu tragen wagte. Ein Strom von Zuhörern drängte sich täglich in seinen Hörsaal: Jünglinge, Männer, Frauen und Mädchen, „unter letzteren die geistreiche, junge, blühende Theano, welche sich glücklich pries, des (60jährigen) Lehrers Gattin zu werden". 490 wurde Pythagoras infolge eines Aufstandes zu Kroton verbannt, worauf er 16 Jahre ruhig in Tarent lebte. 474 erhob sich aber auch hier ein Aufstand und Pythagoras flüchtete (als 95jähriger Greis) nach Metapont. 471 siegte auch hier die Demokratie, sein Haus wurde umzingelt und in Brand gesteckt; er selbst entging dem Flammentode, starb aber bald darauf im 99. Jahre.

1) Jede Zahl muß durch so viel Punkte dargestellt werden, als sie Einheiten hat.

musikalische genannt wird. Pythagoras entdeckte nach vielen Experimenten das Gesetz: alle unserm Ohre harmonischen Töne stehen mit den einfachsten rationalen Zahlenverhältnissen im Zusammenhange. Unter den Saitenlängen für Grundton, Quinte und Oktave ($1, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$) besteht die harmonische Proportion $1 - \frac{2}{3} : \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = 1 : \frac{1}{2}$. Diesen Zahlenverhältnissen wurde weiter nachgeforscht, um eine theoretische Grundlage für die Musik zu gewinnen. Daher wurde die Arithmetik und vornehmlich die Lehre von den Proportionen eine Vorbereitungs- und Hilfswissenschaft für die theoretische Musik und die Arithmetik überhaupt ein Bestandteil jeder höheren Bildung. In der Baukunst wurden anfangs ganz bestimmte Zahlenverhältnisse traditionell als kanonisch, weil von den Göttern offenbart, fortgeerbt. Nach und nach erkannten die Griechen die Zahlenverhältnisse in ihrer rein ästhetischen Bedeutung und streiften alles Mythische ab. Die Musik war göttlichen Ursprungs; Hermes hatte dem Orpheus eine viersaitige Leyer übergeben und sie ihn spielen gelehrt; die Anzahl der Saiten wurde nach den Tonfolgen und Harmonieen vermehrt, als man nicht das von der Gottheit Gegebene, sondern allein die Schönheit der Tonverhältnisse als das Maßgebende erkannte. Man suchte die Frage zu lösen, ob nicht die Tonintervalle ebenso unabänderlich bestimmt werden könnten, als die Bausteine mit Lineal und Zirkel, und ob nicht in der Musik gewisse Zahlenverhältnisse die Grundbedingungen aller Schönheit seien. Pythagoras gab die Antwort, daß das Wesen aller Schönheit in innern Zahlenverhältnissen der Dinge beruhe. Der bisher schwankende und unfaßbare Begriff Harmonie hatte nun feste mathematische Gestalt gewonnen. „Harmonie ist nichts als jene geheimnisvolle Zahlenbeziehung, deren äußere Wirkung offenbar, deren inneres Wesen nur wenigen bekannt ist. Überall wo Harmonie, da sind Zahlen, und wo Zahlen, da ist Harmonie.“ Pythagoras fand das Prinzip aller Ordnung und Schönheit der Welt in jener Harmonie. „Die Stelle: Gott hat alles nach Zahl, Maß und Gewicht geordnet, ist griechischen Geistes; sie ist enthalten in dem apokryphischen Buche der Weisheit XI, 22, das nicht früher als im 2. Jahrh. v. Chr. von einem alexandrinischen mit griechischer Philosophie vertrauten Juden geschrieben ist.“ [1]) Schließlich sahen die Phythagoreer nicht wie die jonischen Philosophen in der Materie, sondern vielmehr in den Zahlen das Prinzip und Wesen aller Dinge.

Platon (429—348) begann seine Vorträge mit der Losung: „Kein der Geometrie Unkundiger trete unter mein Dach!“ Von ihm rühren die zahlentheoretischen Sätze her: zwischen zwei Quadratzahlen liegt eine, zwischen zwei Kubikzahlen liegen zwei Proportionalzahlen, d. h. wenn a und b ganze Zahlen sind, so sind in den folgenden Proportionen $a^2 : x = x : b^2$ [worin $x = ab$] und $a^3 : x = x : y = y : b^3$ [worin $x = a^2 b$ und $y = ab^2$] auch x und y ganze Zahlen [2]). Auf Platon wird die Methode zur Bildung rationaler rechtwinkliger Dreiecke zurückgeführt, die von geraden Zahlen ausgeht. Die gegebene gerade Zahl ist gleich der einen Kathete; die Hälfte davon aufs Quadrat erhoben und die Einheit subtrahiert, giebt die andre Kathete; zu jenem Quadrat die Einheit addiert giebt die Hypotenuse; in Zeichen a; $\left(\frac{a}{2}\right)^2 - 1$; $\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 1$. Platon führte selbst wenig aus, sondern eröffnete Perspektiven, stellte Probleme, regte an und begeisterte. Als die Insel Delos mit Pest heimgesucht war, befahl das Orakel zu Delphi, man solle den Altar verdoppeln. Darauf hin setzte man zwei kubische Altäre aufeinander; jedoch die Pest wich nicht. Als Grund gab das abermals gefragte Orakel an, die Form des Altars müsse bei der Verdoppelung ungeändert bleiben. Die Delier gingen zu Platon, welcher ihnen sagte: euer Gott scheint euch zu tadeln, daß ihr so wenig Geometrie treibt. Hippokrates machte die Entdeckung, daß die Verdoppelung des Würfels, oder allgemein die Aufgabe, einen Würfel von der Seite a im Verhältnis $a : b$ zu vergrößern, also die Länge x aus der Proportion $a^3 : x^3 = a : b$ zu bestimmen, gelöst sei, wenn man x und eine neue Unbekannte y so bestimmen könne, daß $a : x = x : y = y : b$, also x die mittlere

1) Hankel S. 107.

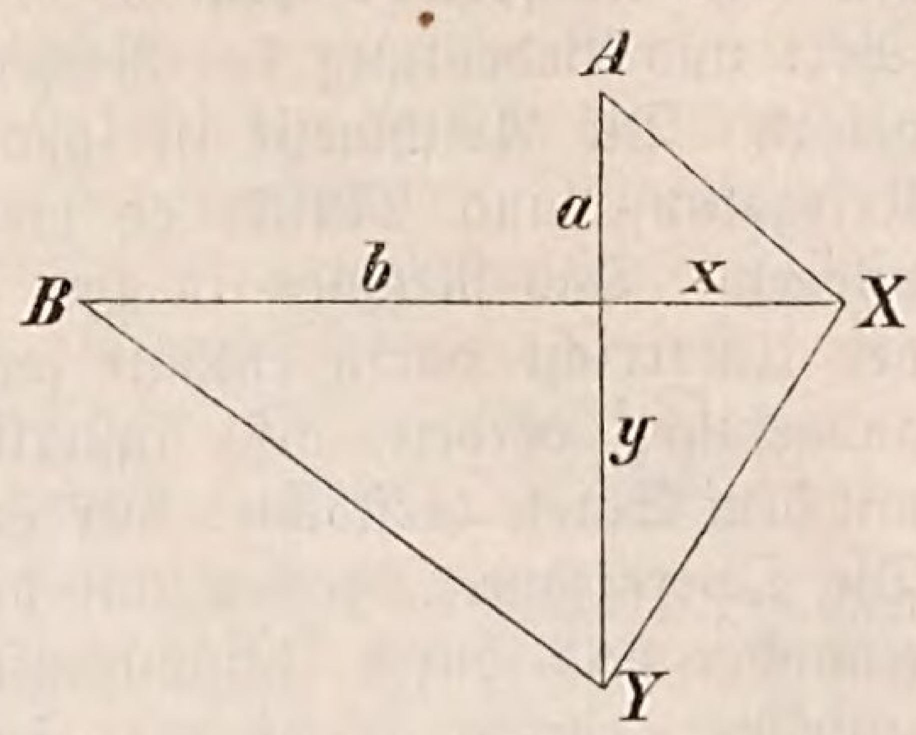
2) Die beiden Sätze sind spezielle Fälle des folgenden allgemeinen Satzes: Zwischen den n^{ten} Potenzen zweier ganzen Zahlen liegen $n - 1$ ganze Proportionalzahlen:

$$a^n : x = x : y = y : z = z : u = u : v = v : w = \cdots : b^n.$$

Die Werte der $n - 1$ mit $x, y, z, u, v, w \cdots$ bezeichneten Unbekannten sind aus folgender Proportion zu ersehen:

$$a^n : a^{n-1} b = a^{n-1} b : a^{n-2} b^2 = a^{n-2} b^2 : a^{n-3} b^3 = a^{n-3} b^3 : a^{n-4} b^4 = \cdots a^{n-(n-1)} b^{n-1} : b^n.$$

Proportionale zwischen a und y, und y die mittlere Proportionale zwischen x und b sei; somit war das stereometrische Problem auf ein planimetrisches zurückgeführt, nämlich auf die Auffindung zweier mittleren Proportionalen. — $AY \perp BX$, $AX \perp XY$, $BY \perp YX$ und also $\angle AXY = \angle BYX$, folglich $\triangle AXY \sim \triangle BYX$. Kann man eine Linie YX so zwischen zwei Schenkel eines Axenkreuzes legen, daß die in den Punkten X und Y errichteten Perpendikel durch A und B gehen, so ist die Aufgabe gelöst. Ein sehr einfaches Instrument, bestehend aus einem Lineal, auf welchem sich zwei darauf senkrecht stehende Lineale verschieben lassen, genügt daher, um mittels einigen Probierens die Aufgabe zu lösen. — Ist die Seite des gegebenen Würfels gleich a, so ist die des doppelt so großen gleich $a\sqrt[3]{2}$. — In der Zeitschrift für math. u. naturw. Unterricht (1878) findet sich S. 279 eine einfache geometrische Näherungskonstruktion für das delische Problem.



Eratosthenes hat eine Methode zur Auffindung der Primzahlen gegeben, welche unter dem Namen des Siebes des Eratosthenes bekannt ist. Er sondert (siebt) aus der Reihe der natürlichen Zahlen diejenigen aus, welche nicht Primzahlen sind und zwar auf folgende Weise: man scheide zuerst alle geraden Zahlen aus, schreibe alle ungeraden von 3 ab hin, streiche von 3 ab gezählt jede dritte Zahl (als durch 3 teilbar), von 5 ab jede fünfte Zahl (als durch 5 teilbar) und von 7 ab gezählt jede siebente Zahl (als durch 7 teilbar) aus, so bleiben nur die Primzahlen übrig. Diese Methode ist allerdings leicht, stellt aber bei einer großen Anzahl von Gliedern der Ausführung unübersteigbare Hindernisse entgegen.

Nikomachus unterscheidet drei Klassen von geraden Zahlen, nämlich: geradeмalgerade (d. h. solche, die durch eine gerade Zahl dividiert eine gerade Zahl als Quotienten geben), ungerademalgerade und gerademalungerade (d. h. solche, die durch eine gerade Zahl dividiert einen ungeraden Quotienten geben). Der Analogie wegen folgen nun drei Abteilungen von ungeraden Zahlen, nämlich 1) Primzahlen, 2) zusammengesetzte Zahlen oder relative Primzahlen, die an und für sich zusammengesetzt im Verhältnis zu andern aber Primzahlen sind, und 3) zusammengesetzte Zahlen. Von den geraden Zahlen sind einige übervollständig, andere vollständig, noch andere mangelhaft. Darnach behandelt er die Polygonalzahlen ausführlich, welche, in Punkten dargestellt, in die Gestalt regulärer Figuren gebracht werden können. Sie sind die Summen arithmetischer Progressionen mit dem Anfangsgliede 1 und den Differenzen 1, 2, 3 . . . Die folgende Tabelle enthält 3-, 4-, 5-, 6-, 7eckige Zahlen.

dreieckige:	1	3	6	10	15	21	28	36	45
viereckige:	1	4	9	16	25	36	49	64	81
fünfeckige:	1	5	12	22	35	51	70	92	117
sechseckige:	1	6	15	28	45	66	91	120	153
siebeneckige:	1	7	18	34	55	81	112	148	189

Einzelne Sätze über Polygonalzahlen sind: Zwei aufeinanderfolgende 3eckige Zahlen geben eine 4eckige; eine 3eckige und eine 4eckige geben eine 5eckige (dabei muß die Seite der 3eckigen Zahl um 1 kleiner sein als die Seite der 4eckigen); aus 3eckigen und 5eckigen entstehen 6eckige rc. Diese speciellen Sätze enthält folgender allgemeine Satz: Jedes Polygon ist gleich der Summe des zunächst über ihm stehenden plus dem Dreieck der um 1 kleineren Seite (z. B. $112 = 91 + 21$); daraus folgt der Satz, daß die Vertikalreihen in einer solchen Tabelle arithmetische Progressionen sind, deren Differenz das vorhergehende Dreieck ist. — Außer den Polygonalzahlen betrachtet Nikomachus die Pyramidalzahlen, von denen man eine Vorstellung gewinnt, wenn man sich Kugeln in 3-, 4-, . . . $n$seitige Pyramiden aufgeschichtet denkt; die kreisförmigen Zahlen, deshalb so genannt, weil ihre Quadrate dieselbe Endziffer wie die Wurzeln haben, und die kugelförmigen Zahlen, deren Kuben mit den Wurzeln dieselbe Endziffer besitzen. Ebenso findet man bei ihm die Lehre von den verschiedenen Arten der Proportionen. — Die Fortschritte, welche in der Arithmetik von den früheren Autoren bis zu Nikomachus gemacht worden sind, bestehen in der Befreiung derselben von den Fesseln geometrischer Vorstellungen. Zahlenlehren werden auch nur an Zahlen erläutert, nicht wie ehedem an geometrischen Figuren.

Was aus der Logistik, dem praktischen Rechnen, bekannt ist, dürfte etwa folgendes sein. In dem Ausspruche Platons[1]), durch welchen zur Unterweisung der Jugend aufgefordert ist, sind Wert und Bedeutung des Rechenunterrichts klar erkannt und einige methodische Bemerkungen niedergelegt. Die Arithmetik ist ihm Hilfswissenschaft für alle übrigen Wissenschaften, besonders für die Kriegskunst und Musik; er meint, daß die mathematisch Gebildeten überall leichter fortzukommen pflegen. Das Rechnen ist ihm eine für das praktische Leben höchst nötige und nützliche Kunst und der Unterricht darin enthält formalbildende Elemente. Das erste Rechnen muß mit Gegenständen ausgeführt werden, also äußerlich anschaulich sein. Der Unterricht muß frühzeitig begonnen und mit dem Spiele verflochten werden, demnach leicht, angenehm und dem kindlichen Geiste angemessen sein. Die Operationen wurden auf dem Abacus ausgeführt. Wie man durch Auflegen der Posten nach einander und durch Zusammenfassen des Aufgelegten in die kürzeste Form addierte, ist leicht vorzustellen; ebenso bietet die Subtraktion keine Schwierigkeit, wenn man bedenkt, daß nur der Minuend aufgelegt und der Subtrahend Stück für Stück fortgenommen wurde. Summe und Rest sind jedenfalls am Ende der Rechnung mit Zahlzeichen (= Buchstaben) notiert worden. Die Multiplikation war eine wiederholte Addition, die Division eine wiederholte Subtraktion. — Auch soll bei ihnen die Fingerrechnung, wie sie bei den Römern (siehe unten!) gebräuchlich war, in Übung gewesen sein. — Das Schema der schriftlichen Multiplikation hat Nesselmann (S. 116) mitgeteilt; es ist aus dem Kommentar zu Archimedes' Schriften, verfaßt von Eutokius aus Askalon im 5. Jahrhundert. Die Methode ist algebraischer Natur; man beginnt mit der höchsten Ordnung, bildet die Partialprodukte und addiert. Hier folgt das Beispiel, der Gang ist durch die Übertragung deutlich:

$\overline{\sigma\,\xi\,\varepsilon}$	265	(200 + 60 + 5) (200 + 60 + 5)
$\overline{\sigma\,\xi\,\varepsilon}$	265	
$\overset{\delta}{M}\,\overset{\alpha}{M}\ {}_{,}\beta\ {}_{,}\alpha$	40 000 + 12 000 + 1000	
$\overset{\alpha}{M}\ {}_{,}\beta\ \overline{{}_{,}\gamma\,\chi\,\tau}$	12 000 + 3600 + 300	
${}_{,}\alpha\ \overline{\tau}\ \ \overline{\varkappa\,\varepsilon}$	1000 + 300 + 25	
$\overset{\zeta}{M}\ \overline{\sigma\,\varkappa\,\varepsilon}$	70 225.	

Ebenso geschah die Rechnung, wenn Brüche vorhanden waren. Dabei zerlegte man die Brüche gern in Stammbrüche, selbst mit einiger Ungenauigkeit ($^{15}/_{64} = {}^{1}/_{6} + {}^{1}/_{15}$). Für die Addition und Subtraktion giebt Eutokius keine Anweisung, sie werden als bekannt vorausgesetzt; ebenso keine für die Division, diese soll durch die Multiplikation erlernt sein. Aus der Rechnung mit Sexagesimalbrüchen teilt Nesselmann (S. 140 ff.) die hier folgenden Beispiele für die Multiplikation, Division und Extraktion der Quadratwurzel mit. Die Bezeichnung war die ganzer Zahlen mit Accenten ($\alpha'\ \alpha''\ \alpha'''\ \alpha''''$ . .), fehlte eine Gattung, so stand das Zeichen des Leeren 0; daraus darf man aber nicht schließen, daß sie die Null und deren Gebrauch gekannt hätten. — Das erste Beispiel führt die Multiplikation vor und wird durch Übertragung in unsere Ziffern verständlich werden, wenn man besonders die Bemerkung, daß die Bestimmung der Gattung (ob Ganze, Minuten, Sekunden,

1) Wildermuth führt S. 698 von Platon an: „Von jeder anderen Kunst und Wissenschaft muß die Arithmetik benutzt werden, vom Handel u. dgl., vorzüglich aber, was für unsere Jugend erwähnt werden muß, von der Musik, die ihren Rhythmus nach Zahlen abmißt, und von der Kriegskunst. — Doch in ihrem höheren Teile hat die Arithmetik noch wichtigeren Nutzen, weil sie von der Erscheinungswelt auf zur Wahrheit und zur Idee an sich führt und so die höchste Philosophie vorbereitet. Wenn dem Menschen die Zahl genommen wird, so geht er aller höheren Einsicht und mit dieser auch der Tugend verlustig. Denn ein Wesen, das weder zwei, noch drei, noch Gerades und Ungerades, und überhaupt keine Berechnung verstände, wird niemals den Zusammenhang und die Verhältnisse der sinnlichen Empfindungen und Vorstellungen angeben können. — Der erste Unterricht für unsere Jugend wird durch allerlei Erfindungen erleichtert, um ihn im Spiele und mit Lust zu treiben. — Die Kinder können Äpfel und Kränze bald unter mehrere, bald unter wenigere ihrer Spielgenossen austeilen, wobei jeder gleichviel erhält. — Dann kann man auch, wenn man sie goldene, silberne und andere dergleichen Schalen zusammenmischen und alle wieder verteilen läßt, im Spiele die Zahlen gebrauchen lehren, dadurch dem Lernenden sowohl in Beziehung auf die Reihen des Heeres, die Feldzüge desselben, als auch in Rücksicht auf die Verwaltung des Hauses nützen und überhaupt die Menschen sich selbst nützlicher und aufgeweckter bilden."

Tertien ...) des Produkts durch Addition der Accente geschieht, nicht außer acht läßt. Die Ausführung geschieht wie mit ganzen Zahlen.

$\overline{\lambda\zeta}$	δ′	νε″			37	4′	55″		
$\overline{\lambda\zeta}$	δ′	νε″			37	4′	55″		
͵ατξθ	ρμη′	͵βλε″			1369	148′	2035″		
	ρμη′	ις″	σκ‴			148′	16″	220‴	
		͵βλε″	σκ‴	͵γκε⁗			2035″	220‴	3025⁗
͵ατοε	δ′	ιδ″	ι‴	κε⁗	1375	4′	14″	10‴	25⁗

Das Beispiel für die Division $1515^0\ 20'\ 15''$ geteilt durch $25^0\ 12'\ 10''$ soll nur in unseren Zeichen ausgeführt werden, die Methode ist algebraisch. Es wird der Quotient für das erste Stück des Divisors gesucht und mit dem gefundenen Teil-Quotienten der ganze Divisor multipliciert ꝛc.

$1515^0\ 20'\ 15''$ | $25^0\ 12'\ 10''$ Divisor | $60^0\ 7'\ 33''$ beinahe Quotient

$-\ 25^0 . 60^0 \ldots 1500^0$

$15^0 = 900'$, dazu $20'$ aus dem Dividend

$920'$

$-\ 12' . 60^0 \ldots 720'$

$200'$

$-\ 10'' . 60^0 \ldots 10'$

$190'$ $15''$ (zweiter Dividend); 25^0 in $190'$ giebt als Quotient $7'$

$-\ 7' . 25^0 \ldots 175'$

$15' = 900''$ dazu $15''$

$915''$

$-\ 7' . 12' \ldots 84''$

$831''$

$-\ 7' . 10'' \ldots 1''\ 10'''$

$829''\ 50'''$ (dritter Dividend); 25^0 in $829''$ giebt als Quotient beinahe $33''$

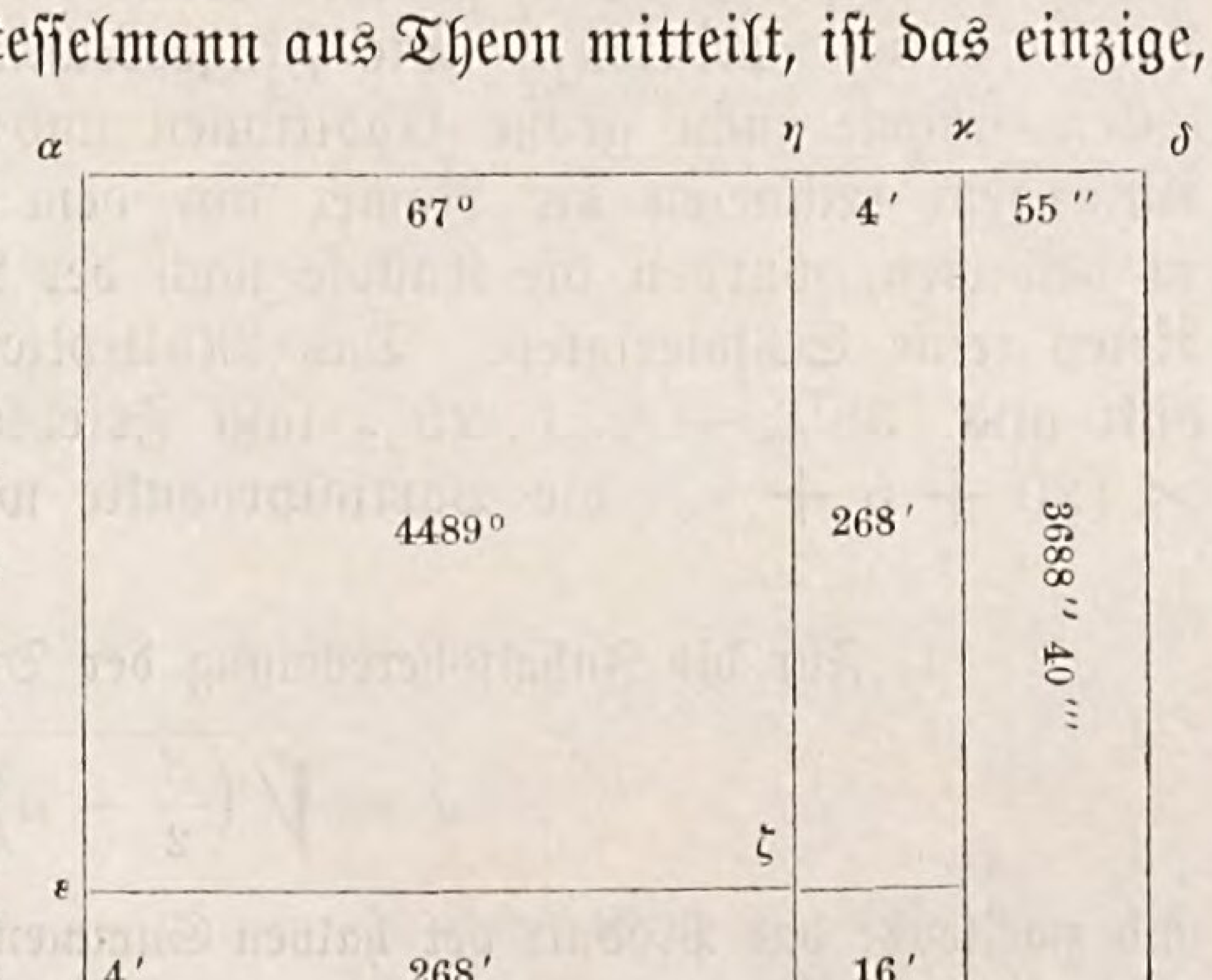
$-\ 33'' . 25^0 \ldots 825''$

$4'' = 240'''$ dazu $50'''$

$290'''$

$-\ 33'' . 12' = 396'''$

Das Beispiel für die Wurzelausziehung, welches Nesselmann aus Theon mitteilt, ist das einzige, welches uns die griechische Litteratur bietet; es ist mit dem die Operation erläuternden Texte und einer geometrischen Figur überliefert. Der leichtern Übersicht wegen sind in die Figur die Werte in unsern Ziffern eingetragen. Es soll die Wurzel von 4500 gesucht werden. Man betrachtet 4500^0 als den Inhalt einer quadratischen Fläche und sucht das zunächst kleinere Quadrat ($\alpha\zeta$) in ganzen Zahlen, das ist 4489^0, dessen Wurzel 67^0; der Rest 11^0 wird aufgelöst in Minuten $= 660'$, darein dividiert man mit dem doppelten von 67^0, also $660' : 134^0$, das ist $4'$, Rest $124'$; letztere aufgelöst in Sekunden, man erhält $7440''$, davon das Quadrat von $4'$, nämlich $16''$, subtrahiert, bleiben $7424''$ als nächster Dividend, dazu ist der Divisor das Doppelte von $67^0\ 4'$, nämlich $134^0\ 8'$; $7424'' : 134^0\ 8' = 55''$; denn $55'' . 134^0\ 8' = 7377''\ 20'''$ und es bleiben als Rest $46''\ 40'''$, welches dem Quadrat von $55''$, nämlich $50'''\ 25''''$ nahe kommt. [Auf die Richtigkeit der Größenverhältnisse ($67^0\ 4'\ 5''$) ist in der Figur aus leicht erklärlichen Gründen keine Rücksicht genommen.]



e) Die **Römer** haben sich durch keine mathematischen Leistungen ausgezeichnet, trotzdem daß sie auf einer hohen Kulturstufe standen. Die ausgezeichnetsten Geister wandten sich der Kriegskunst, dem Rechtswesen und der Beredtsamkeit zu. Die wissenschaftliche Geometrie haben sie kaum gekannt; geübt wurden nur diejenigen Teile der Mathematik, die bei einem wesentlich erobernden Volke in immerwährende Anwendung kamen; das war die praktische Geometrie oder Feldmeßkunst. Jedoch kam es hierbei weniger auf große Genauigkeit, als vielmehr auf schnelle Ausführung an; und ob wir gleich berechtigt sind, den römischen Agrimensoren den Titel Geometer abzusprechen, so waren sie doch sehr angesehene Leute, indem sie als die einzigen Bewahrer der Wissenschaft galten[1]). Neben der Geometrie wurde Astronomie getrieben, und zwar kamen die Kapitel, welche die Erscheinungen des Himmels in physikalischer Weise behandeln, besonders in Betracht. Dabei war Sterndeuterei nicht ausgeschlossen; diese kam so sehr in Gebrauch und in Verruf, daß ein Mathematiker kurzweg Sterndeuter hieß, und daß gegen solche Mathematiker, welche zugleich der Zauberei und Giftmischerei verdächtig waren, besondere Gesetze erlassen wurden, in denen die „verdammungswürdige Mathematik" gänzlich untersagt war. Cantor führt I. S. 397 diese Gesetze an[2]).

Zahlentheoretische Betrachtungen stellten die Römer nicht an, und als sie im zweiten Jahrhundert mit der griechischen Arithmetik bekannt wurden, haben sie von den Erörterungen über die verborgenen Eigenschaften der Zahlen nur das Mystische und Mysteriöse angenommen. — Das **praktische Rechnen** war jedoch für jeden gebildeten Römer unentbehrlich; es wird uns überliefert, daß die römischen Knaben Rechenunterricht und besondere Rechenlehrer (calculatores) hatten; allein sehr angenehm mag dieser Unterricht nicht gewesen sein, denn Augustinus erzählt, daß ihm das unum et unum duo, duo et duo quattuor ein verhaßter Gesang gewesen sei. Die Römer hatten auch eine Einteilung der Zahlen: sie nannten die ersten neun Zahlen digiti oder Fingerzahlen, alle ganzen Zehner articuli oder Gelenkzahlen und die übrigen Zahlen compositi oder zusammengesetzte Zahlen. Die Namen Finger- und Gelenkzahl haben ihren Ursprung in der **Fingerrechnung**, einer Art Kopfrechnen, wobei durch Beugen, Strecken und andre Stellungen der Finger die Zahlen bis zur Million ausgedrückt und auf einen Augenblick gemerkt wurden; sie war also im wesentlichen eine Unterstützung des Gedächtnisses. Die neun Einer wurden durch die drei letzten Finger (indem man den einen, oder andern, oder dritten, oder zwei, oder drei teilweise oder ganz einbog), die neun Zehner durch die zwei ersten Finger der linken Hand dargestellt; durch die Finger der rechten Hand in analoger Weise die Hunderter und Tausender. So gab man also mit der linken Hand alle ein- und zweiziffrigen, mit der rechten alle drei- und vierziffrigen Zahlen an; das war fürs gewöhnliche Leben in den meisten Fällen ausreichend, jedoch ging man auch noch höher hinauf. Durch Legen der linken Hand auf Brust, Hüfte und linke Seite bezeichnete man die Zehntausender, durch die rechte Hand in gleicher Weise die Hunderttausender, Zusammenschlagen der Hände bedeutete $1000 \,.\, 1000$ (Million). Die Fingerrechnung war gekannt und geübt, und nach Leonardo zu urteilen, führte man große Additionen und Multiplikationen mit derselben noch zu seiner Zeit aus. Außerdem rechneten die Römer auf dem Seite 15 angeführten Abacus. Um die Zahldarstellung zu bewirken, wurden die Knöpfe nach der Mitte des Apparats geschoben. Addition und Subtraktion bieten keine Schwierigkeit. Das Multiplicieren war ein Auflegen bequemer Teilprodukte; das Produkt aus $(38\frac{1}{2} + \frac{1}{24}) \,.\, 25\frac{1}{3}$ läßt Friedlein auf algebraische Weise bilden $(30 + 8 + \frac{1}{2} + \frac{1}{24}) \times (20 + 5 + \frac{1}{3})$, die Partialprodukte werden im Kopfe ausgerechnet und dann aufgelegt.

---

1) Für die Inhaltsberechnung der Dreiecke und Vierecke hatten sie zwei Formeln, erstens:

$$J = \sqrt{\left(\frac{S}{2} - a\right)\left(\frac{S}{2} - b\right)\left(\frac{S}{2} - c\right)\left(\frac{S}{2} - d\right)}$$

und zweitens: das Produkt der halben Summen der gegenüberliegenden Seiten $\left(\frac{a+c}{2}\right)\left(\frac{b+d}{2}\right)$ ist gleich der Fläche des Dreiecks und Vierecks. Für das Dreieck ist die erste Formel richtig, indem $d = 0$ ist, die zweite dagegen falsch, indem der Inhalt des Dreiecks (wegen $d = 0$) gleich gesetzt ist dem Produkte aus der halben Summe zweier Seiten mal der halben dritten Seite. — Unter den Vierecken hat die erste Formel nur Giltigkeit für die Sehnenvierecke; die zweite für Rechtecke.

2) Außer diesen Gesetzen giebt es wohl nur noch ein Verbot der Mathematik, nämlich das von Lykurg. Derselbe hat die Mathematik als eine schädliche Wissenschaft verboten; wenn sie gleich einigen Nutzen habe, so rühre derselbe doch nur vom Geize der Menschen her.

Das Zehnfache, Hundertfache ꝛc. einer Zahl ließ sich leicht ermitteln, man brauchte die Knöpfe nur um ein, zwei, drei Einschnitte vorzurücken. Die Division war eine wiederholte Subtraktion von leicht zu bildenden Produkten aus Divisor und Teilquotient. Z. B. $976\frac{1}{3}\,\frac{1}{24}\,\frac{1}{72} : 25\frac{1}{3}$ wird gelöst durch Subtraktion folgender Produkte $25\frac{1}{3}\,(10 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{24})$; die Summation der Glieder in der Klammer giebt den Quotient.

In der Rechnung mit Brüchen, „Minutien" genannt, setzten die Römer an Stelle der abstrakten numerischen Einheit eine konkrete Münz-, Maß- oder Gewichteinheit, bildeten davon Teile als $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{72}$, $\frac{1}{288}$, also Stammbrüche nach dem Duodecimalsystem oder demselben nahe verwandte, und gaben diesen Teilen besondere Zeichen und besondere Namen. Mit diesen Zeichen wurde ursprünglich wie mit ganzen Zahlen gerechnet; nach und nach nur wurde die Benennung abgelöst und der Teil einer bestimmten Einheit als Teil einer beliebigen Einheit aufgefaßt, durch welche Abstraktion und Verallgemeinerung erst die eigentlichen Brüche geschaffen worden sind. Das As, eine Kupfermünze, 1 ℔ schwer, wurde in 12 Unciae geteilt, 1 Uncia = 4 Sicilici = 24 Scripuli ꝛc.; jede Mehrheit von Unzen bekam ihren besonderen Namen, so daß man folgende Brüche hatte:

1			= as.
		$\frac{11}{12}$	= deunx (de uncia, as weniger uncia).
$\frac{5}{6}$	=	$\frac{10}{12}$	= dextans (de sextans, as weniger sextans).
$\frac{3}{4}$	=	$\frac{9}{12}$	= dodrans (de quadrans, as weniger quadrans).
$\frac{2}{3}$	=	$\frac{8}{12}$	= bes (zwei Teile des as).
		$\frac{7}{12}$	= septunx (septem unciae).
$\frac{1}{2}$	=	$\frac{6}{12}$	= semis (halb as).
		$\frac{5}{12}$	= quincunx (quinque unciae).
$\frac{1}{3}$	=	$\frac{4}{12}$	= triens (Drittel).
$\frac{1}{4}$	=	$\frac{3}{12}$	= quadrans (Viertel).
$\frac{1}{6}$	=	$\frac{2}{12}$	= sextans (Sechstel).
$\frac{1}{8}$	=	$\frac{1\frac{1}{2}}{12}$	= secuncia (anderthalb uncia).
		$\frac{1}{12}$	= uncia.
$\frac{1}{24}$	=	$\frac{1}{2}$	uncia = semuncia.
$\frac{1}{48}$	=	$\frac{1}{4}$	„ = sicilicus.
$\frac{1}{72}$	=	$\frac{1}{6}$	„ = sextula.
$\frac{1}{144}$	=	$\frac{1}{12}$	„ = dimidia sextula.
$\frac{1}{288}$	=	$\frac{1}{24}$	„ = scripulus.

Die Rechnungen mit den Minutien waren nicht leicht und bildeten daher den Hauptteil des Rechenunterrichts. Am einfachsten ist die Addition, man schrieb die gleichnamigen Brüche untereinander (als ob wir in einer Aufgabe Thlr., Gld., Krz., Pf. ꝛc. zu addieren hätten und die gleichen Sorten untereinandersetzten), addierte und reduzierte. Z. B.:

17 asses,	quincunx,	sicilicus,	2 sextulae	[17	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{2}{72}$]
24 „	triens,	semuncia,	2 sextulae	[24	$\frac{4}{12}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{2}{72}$]
41 asses,	dextans,	sicilicus,	sextula.	41	$\frac{10}{12}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{72}$

Bedeutend schwieriger ist die Multiplikation, welche am besten deutlich wird, wenn man sich ein Beispiel mit bekannteren Benennungen denkt. Der Thaler soll die Einheit sein, dann ist 1 *ngr.* $= \frac{1}{30}$; 1 ₰ = 4 Heller. Es ist 1 *ngr.* mal *ngr.* $= \frac{1}{30} \cdot \frac{1}{30}$ ß $= \frac{1}{30} \cdot 1$ *ngr.* $= \frac{1}{3}$ ₰ $= \frac{4}{3}$ Heller.

Was sind 7 ß mal 11 *ngr.*? Es sind 7 ß . 11 *ngr.* = 77 *ngr.* = 2 ß 17 *ngr.* Was ist das Verhältnis der Quadrate von $1\frac{1}{3}$ und $1\frac{1}{4}$? Es ist $(1 + \frac{1}{3})^2 : (1 + \frac{1}{4})^2 = (\frac{16}{15})^2 =$ (1 ß 2 *ngr.*)^2 = 1 ß + 4 *ngr.* mal ß + 4 *ngr.* mal *ngr.* = 1 ß 4 *ngr.* $5\frac{1}{3}$ Heller. — So ist z. B. das Quadrat einer uncia eine dimidia sextula $(\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{144})$; deunx mal dextans = 110 dimidiae sextulae = 55 sextulae = 9 unciae plus sextula. — Für die übrigen Brüche, deren Nenner andre als 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, 48 . . . waren, hatte man eine sehr schleppende Bezeichnungsweise: dierum duum et viginti pars undesexagesima $= \frac{22}{59}$ Tag; diei pars MDCXXIII $= \frac{1}{1623}$ Tag.

Da nun das Rechnen mit diesen Brüchen unbequem, schwer faßbar und zeitraubend war, ließ man zur Erleichterung die Addition, Subtraktion und Multiplikation der verschiednen Minutien auswendig lernen und fertigte Tabellen der Resultate an. Solcher Tabellen eine ist der Calculus des Victorius; er ist eine Sammlung von Summen, Differenzen, Produkten und Reduktionszahlen, wie sie die Rechnung mit den Minutien nötig machte[1]).

Blickt man noch einmal zurück auf die bisherigen Mitteilungen, so erkennt man, welche Schwierigkeit schon eine einfache Additionsaufgabe bei allen Völkern verursachte, unsrer Multiplikation, Division, Radicierung rc. gar nicht zu gedenken, und wir wären heute noch nicht imstande, alle Operationen mit solcher Leichtigkeit, Sicherheit und Schnelligkeit auszuführen, wenn die Rechenkunst selbst nicht eine ganz andre Gestalt gewonnen hätte. Dies ist das große Verdienst der Inder, von ihnen ist eine völlige Umgestaltung der Rechenkunst der ganzen gebildeten Welt ausgegangen.

Zweite Abteilung:

Die Entwickelung der Arithmetik von der Erfindung des Positionssystems bis zum Beginn des 16. Jahrhunderts.

1. Das Rechnen der Inder.

Das Positionssystem der Inder ist das historisch letzte und zugleich das Ideal der Zifferschrift. Die beiden charakteristischen Merkmale desselben sind der zweifache Wert der Ziffern und die Null. Die Multiplikatoren oder Koëfficenten der Stellenwerte werden ohne Unterscheidungszeichen neben einander gesetzt, aus ihrer Ordnung wird ihre Stufe klar, die leere Stelle wird durch die Null ausgefüllt. In den oben angeführten Methoden der Zahlengraphik (Juxtaposition und doppelte Art der Indikation) und dem Positionssystem ist ein solcher Fortschritt bemerkbar, daß man die mit innerer Notwendigkeit zusammenhängenden Glieder einer Entwickelungsreihe vor sich zu haben glaubt. Die rohe Methode der Juxtaposition wird abgekürzt durch Anwendung von Indikatoren über den Gruppenzeichen, danach vertauschen Indikatoren und Gruppenzeichen ihre Stelle, und schließlich ergiebt sich durch Unterdrückung der Gruppenzeichen das elegante Positionssystem. — Neben der figurativen konnte auch die palpable Arithmetik zu diesem System führen. Auf dem Suanpan wird nur mit den Koëfficienten operiert, die Gruppenzeichen müssen gedacht werden, eine leere Schnur zeigt das Fehlen einer Gruppe an, die in der Schrift durch das Zeichen des Leeren (einen unausgefüllten Kreis, sunga, sifron, tzüphra, cypher, zero, zifra) ausgefüllt wird. Die allmälige Vervollkommnung des indischen Systems ist ersichtlich aus der Indikationsmethode mit übergesetzten Nullen. — Kein Volk hat je Anspruch auf die Erfindung dieses Systems, das auch dem Europäer die Achtung vor den Hindus abnötigt, erhoben; alle weisen einstimmig auf die Inder. Der Name des Erfinders ist uns nicht überliefert, nicht einmal das Jahrhundert der Erfindung läßt sich feststellen[2]). Das eine Charakteristikum des indischen Systems, die Null, kannte außer den Indern kein Volk. Das große Verdienst, dieselbe erfunden zu haben, rechnen sich die Inder selbst an, und arabische Schriftsteller des 8. Jahrhunderts erkennen es ihnen zu. Cantor führt (S. 67) von Brockhaus folgenden Ausspruch darüber an: „daß wenn irgend eine Erfindung echt indischen Charakter trägt, es der Gedanke ist, dem Nichts einen Wert zu geben und durch das Nichtsein erst die Vollendung des Etwas zu bewirken". Maximus Planudes sagt: „Auch schreiben sie noch ein anderes Zeichen, welches sie tsiphra nennen, d. h. auf indisch nichts. Sowohl die 9 Zeichen als die tsiphra ist indisch, letztere wird folgendermaßen geschrieben 0." Auch im Scholion des Mönchs Neophytos ist die Null indischen Ursprungs genannt. — Das Positionssystem ist im 7. christlichen Jahrhunderte gewiß vorhanden,

---

1) Friedlein S. 93.

2) „Es ist ungewiß, trotz des Alters der indischen Kultur, ob das Positionssystem, welches so mächtig auf den Zustand der Mathematik eingewirkt hat, schon zur Zeit der macedonischen Expedition jenseits des Indus bekannt war. Wie ganz anders vervollkommnet würden Archimedes, Apollonius von Perga und Diophantos die mathematischen Wissenschaften dem gelehrten Zeitalter der Haschemiten überliefert haben, wenn die Abendländer zwölf Jahrhunderte früher, also durch Alexanders Heereszüge, die indische Positionsarithmetik empfangen hätten." Humboldt S. 229.

der Beweis dafür sind die arithmetischen Schriften Brahmeguptas, die aus jener Zeit datieren und dasselbe enthalten. — Bei den Indern ist der Stellenwert selbst in die Rede übergegangen: Surya = Sonne = 12, Manu = 14, demnach wird die Jahreszahl 1412 durch Manusurya und 1214 durch Surymanu (Humboldt S. 212) bezeichnet. In Dekhan findet sich gegenwärtig noch ein alphabetisches Positionssystem. Die Zahlen 1, 2 .. 9 werden mit Konsonanten bezeichnet, die nach dem Princip des Stellenwertes gebraucht und, um Worte zu bilden, mit Vokalen (ohne Zahlbedeutung) verbunden werden. — Besonders interessant ist auch eine symbolische Position; man setzt für die neun Ziffern Namen für Dinge, die in der betreffenden Zahl typisch vorzukommen pflegen. (Z. B. Mond, Anfang, Brahma, Form für 1; Himmelsgegend, Ocean für 4 u. dgl.) Folgendes Beispiel macht die Spielerei deutlich; für 1577917828 steht: Vasu (eine Klasse von 8 Göttern) und 2 und 8 und Berge (die 7 Bergketten) und Form und Ziffer (weil 9 Ziffern) und 7 und Berge und Mondtage (d. h. deren Hälfte 15).[1]) Gegen das Ende des achten Jahrhunderts scheint das Positionssystem zu den Chinesen gedrungen zu sein, dafür spricht die Anwendung sehr großer Zahlen; den Sand des Ganges drückt man durch eine 1 mit 53 Nullen aus. Aber die Ehre der Erfindung können die Chinesen keinem Ausländer geben. In einer chinesischen Encyklopädie[2]) handelt eine Abteilung von der Theorie der Größen, welche mit dem Ursprunge der Zahlen beginnt; „es wird uns getreu nach Angabe chinesischer Weisen erzählt, wie der bekannte Fohi (der älteste chinesische Kaiser und Stifter der Volksreligion) das Drachenpferd aus den Fluten des gelben Stromes auftauchen sah, das auf seinem Rücken das Positionssystem abgebildet trug. Diese Abbildung wird dann mitgeteilt; zugleich auch eine andere, welche der große Weise Yu auf dem Rückenschild einer Schildkröte verzeichnet fand, die aus den Wellen des Flusses Lo hervortauchte." — Die Ägypter und Römer lassen die Zahlen göttlichen Ursprungs sein. Nach der Ansicht der Ägypter hat der Gott Theuth die Zahl und das Rechnen erfunden, sowie die Maß- und Sternkunde, das Brett- und Würfelspiel, ja auch die Buchstaben[3]). Livius (lib. VII c. 3) schreibt die Erfindung der Zahlen der Göttin Minerva zu.

Das Positionssystem ist für die elementare Mathematik die bedeutendste Erfindung, die je gemacht wurde; mit größter Leichtigkeit schreibt man damit Zahlgrößen, die alle menschliche Fassungskraft übersteigen. — Der erste berühmte indische Mathematiker, der wie Pythagoras und Euklid alle Vorgänger verdunkelte, ist Aryabhatta, 476 n. Chr. zu Pataliputra geboren. Derselbe hat sich durch sein mathematisch-astronomisches Lehrbuch verdient gemacht, scheint jedoch das Positionssystem noch nicht gekannt zu haben, denn er wendet Zahlbuchstaben statt Zahlzeichen an. — Brahmegupta (598 geb.) schrieb 628 Brahma-sphuta-siddhanta, ein astronomisches Werk, dessen 12. und 18. Kapitel speziell von der Arithmetik und Algebra handeln. — In der folgenden Zeit verfaßt Cridhara ein Werk Ganita-sara d. i. die Quintessenz des Kalküls, und Padmanabha eine Algebra, welche beiden Werke aber gegen das vorige keinen Fortschritt bekunden. — Bhascara-Acharya (1114 geb.) schrieb 1150 den Siddhanta-ciromani d. i. Diadem eines astronomischen Systems, dessen beide umfangreichen Einleitungskapitel: Lilavati d. i. die Schöne, Reizende, Liebliche, enthaltend die Arithmetik, und Vijaganita d. i. Wurzelberechnung, enthaltend die Algebra, von Colebrooke übersetzt sind. Auch dies Werk steht nicht höher als die Arithmetik Brahmeguptas. — Beha-eddin (16. Jahrhundert) schrieb eine Arithmetik Hilaset-al-Hisab, ein dürftiges Werk, welches aber gegenwärtig in Indien in großem Ansehen ist; ein Beweis, auf welcher Stufe die Mathematik steht. — Schon seit Brahmegupta sind die Wissenschaften in Indien in Verfall geraten und dessen Werk wird nicht mehr verstanden. Gegenwärtig sind die indischen Gelehrten in der Mathematik gänzlich unwissend[4]).

Die Arithmetik des Brahmegupta enthält die Bruch-, Zins- und Gesellschaftsrechnung, die Regel de tri, die Proportionen, Progressionen, das Quadrieren und Radicieren, die Berechnung von Dreiecken, Vierecken und Körpern, selbst einen der Keesischen Regel ähnlichen Ansatz, auch verschiedene Werte für π $\left({}^{22}/_{7},\ \sqrt{10},\ \frac{62832}{20000}\right)$. Sie gewährt einen vollständigen Einblick in die Rechen-

---

1) Hankel S. 185. 2) Biernatzki S. 91. 3) Cantor (I.) S. 97.

4) „Zu Poona, welches man als das Hauptetablissement der Brahminen betrachten kann, giebt es höchstens 10 oder 12 Personen, die den Lilavati verstehen; und obgleich es mehrere Astronomen von Profession in Bombay giebt, so hat doch Taylor nicht einen einzigen gefunden, der eine Seite in Lilavati verstanden hätte." Chasles S. 464.

kunst der Inder, der Verfasser ist sich der allgemeinen Regeln klar bewußt, was aus der Freiheit und Mannigfaltigkeit der Lösungsmethoden hervorgeht.

In der Addition wird links begonnen; dabei kommt es natürlich vor, daß eine schon hingeschriebene Ziffer in der Summe wieder gelöscht werden muß, was bei ihrem Material leicht thunlich ist. Das folgende Beispiel zeigt die Ausführung.

```
 26423
 54337
 -----
 70750
  1 1
 80760.
```

```
89467
34412
255055055
57893411 mal 5
```

Auch die Multiplikation führt man von links nach rechts aus, wodurch ebenfalls das Löschen bereits gesetzter Ziffern nötig wird. Es folgt ein Beispiel mit einem einstelligen Faktor; die Produkte sind alle hingeschrieben; die Ziffern, die während der Rechnung getilgt werden, sind durchstrichen.

Bei mehrstelligen Multiplikatoren wird mit der höchsten Potenz des Multiplikators der Anfang gemacht. Das folgende Beispiel ist so gerechnet, daß man sieht, welche Gestalt dasselbe nach jeder einzelnen Multiplikation hat. Der Multiplikand wird nach jeder Multiplikation weiter gerückt. Aufgabe: 753 · 324.

Erste Operation nach der Multiplikation mit 3	Zweite Operation nach Multiplikation mit 2	Dritte Operation nach Multiplikation mit 4
2259	24096	243972
324	324	324
753	753	753

Zur vorstehenden Methode war man genötigt, weil man Raum sparen wollte. In arabischen Rechenbüchern, wo mit Schreibmaterial gerechnet wird, findet sich dieselbe Methode, nur mit dem Unterschiede, daß jede Ziffer stehen bleibt; die Ziffern des Produkts sind also in verschiedenen Horizontalreihen zu suchen.

```
     3
    41
    309
    2977
   215962
      324 } Faktoren
    753   }
     753
      753
```

Die Multiplikation ist besonders ausgebildet worden und Wildermuth führt aus Brahmegupta mehrere Methoden an:

1) Der Multiplikand wird so oft gesetzt als der Multiplikator Stellen hat, alsdann werden die einzelnen Multiplikationen vollzogen und die erhaltenen Produkte addiert. Beispiel: 235 · 288.

```
235 · 2   | 470
235 ·  8  | 1880
235 ·   8 |  1880
          -------
            67680
```

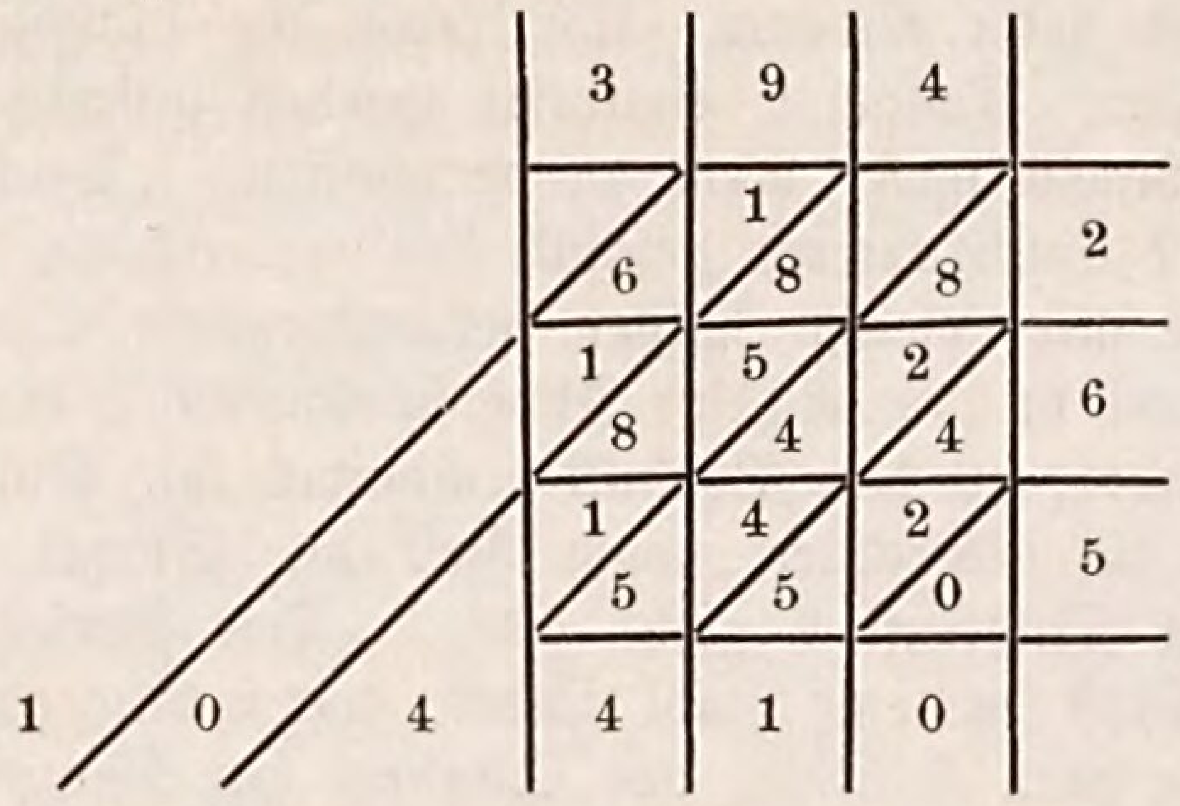
2) Der Multiplikator wird in Summanden zerlegt ꝛc.

Beispiel: $235 \cdot 288 = 235\,(9 + 8 + 151 + 120)$.

3) Ein mehrstelliger Faktor wird in einstellige Faktoren zerfällt, mit letzteren nach einander multipliciert. Beispiel: $235 \cdot 56 = 235 \cdot 7 \cdot 8$

4) Der Multiplikator kann zuerst zu groß oder zu klein genommen werden, danach wird der Überschuß subtrahiert, das Fehlende addiert. Beispiel: $235 \cdot 49 = 235 \cdot (50 - 1)$ und $235 \cdot 52 = 235 \cdot (50 + 2)$.

5) Auch die sogenannte netzförmige Methode, die sich sehr lange in deutschen Rechenbüchern erhalten hat, ist indischer Herkunft. 394 . 265:



Die Bruchrechnung, der Anfang der Arithmetik Brahmeguptas, wird mit vier Regeln abgethan. 1) Zähler und Nenner mit dem entgegengesetzten Nenner multipliciert, führt auf gleiche Benennung; bei der Addition nimmt man die Summe, bei der Subtraktion die Differenz der Zähler. 2) Ganze werden mit dem Nenner multipliciert und zum Zähler addiert (Einrichten). 3) Das Produkt aus den Zählern geteilt durch das Produkt aus den Nennern ist die Multiplikation. 4) Beide Ausdrücke gleichnamig gemacht, Zähler und Nenner des Divisors versetzt, darauf die Zähler für sich und die Nenner für sich multipliciert, ist die Regel der Division.

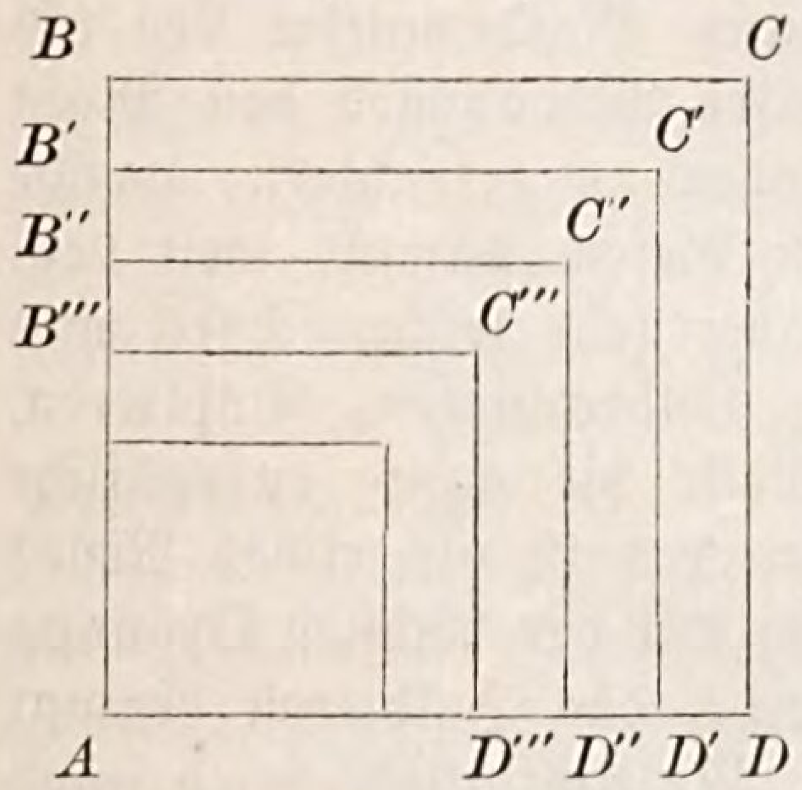
Hankel S. 190 berichtet, daß die Inder nicht nur arithmetische und geometrische Reihen zu addieren verstanden, sondern auch Summenformeln für die Quadrat- und Kubikzahlen der natürlichen Zahlenreihe hatten; er teilt die Formel $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots n^3 = (1 + 2 \cdots n)^2$ und auch den Beweis[1]) dazu mit, der sich in einem arabischen Werke ums Jahr 1000 findet.

Ebenso wird die Neunerprobe, welche unten dargelegt ist, und die Regula falsi auf die Inder zurückgeführt.

Die indischen Aufgaben haben meist poetische Form[2]), auch mögen manche arithmetische Rätsel von den Indern stammen. In der poetisch-spielenden Einkleidung der Aufgaben hat Bhascara in dem Lilavati das möglichste geleistet. Er beginnt sein Werk mit einer ehrfurchtsvollen Herzens-

---

1) AC ist ein Quadrat,



$$AB = 1 + 2 + 3 \cdots n$$
$$BB' = n; \quad B'B'' = n - 1; \quad B''B''' = n - 2 \text{ rc.}$$

Man konstruiere über AB', AB'', AB''' rc. ebenfalls Quadrate; dann ist der Gnomon

$$BC'D = BB' \cdot BC + DD' \cdot C'D' = n(BC + C'D').$$

Nun ist aber $$BC = \frac{n}{2}(n + 1)$$

und $$C'D' = \frac{n}{2}(n - 1),$$

also $$BC + C'C' = \frac{n}{2}(n + 1) + \frac{n}{2}(n - 1) = n^2$$

und somit $BC'D = n^3$; ebenso erhält man $B'C''D' = (n - 1)^3 \cdots$ Also zerfällt das Quadrat AC in die Gnomone n^3, $(n - 1)^3$, $(n - 2)^3 \cdots 1^3$; q. e. d.

2) „Aus einem Haufen reiner Lotusblumen wurde der 3te, 5te und 6te Teil den Göttern Siva, Vischnu und der Sonne dargebracht und $^1/_4$ dem Bhavani. Die übrigen 6 Lotus werden dem ehrwürdigen Lehrer gegeben. Sage mir schnell die ganze Zahl der Blumen."

$$\left(x - \frac{x}{3} - \frac{x}{5} - \frac{x}{6} - \frac{x}{4} = 6; \; x = 120\right).$$

„Die Quadratwurzel der Hälfte der Zahl eines Bienenschwarms ist ausgeflogen auf einen Jasminstrauch; $^8/_9$ des ganzen Schwarms sind zurückgeblieben; ein Weibchen fliegt um ein Männchen, welches in einer Lotusblume summt, in die es durch ihren Wohlgeruch bei Nacht gelockt wurde, nun aber eingeschlossen ist. Sage mir die Zahl der Bienen." $\left(\sqrt{\frac{x}{2}} + 2 = \frac{x}{9}; \; x = 72.\right)$ (Hankel.)

ergießung gegen die Gottheit: „Nachdem ich mich vor der Gottheit gebeugt habe, deren Haupt ähnlich dem eines Elephanten ist, deren Füße mit Göttern verziert sind . . . lege ich diese Rechnungsverfahren dar, wonnevoll durch seine Eleganz, klar durch die bündige, weiche, sprachrichtige und den Gelehrten wohlgefällige Rede." Folgende Beispiele werden hinreichen, um sich eine Vorstellung von der „bündigen" und „wohlgefälligen" Rede zu verschaffen. „Teure, verständige Lilavati, sage mir, wenn du im Addieren und Subtrahieren geschickt bist" ꝛc.; schöne, teure Lilavati, die du Augen hast wie ein junges Reh, sage mir, welche Zahlen herauskommen ꝛc.; niedliches Mädchen mit den bebenden Augen, sage mir, wenn du die richtige Inversionsmethode kennst, welche Zahl es ist, die, wenn man sie mit 3 multipliciert, zu dem Produkt 7 addiert, die Summe durch 7 teilt, den Quotient quadriert, vom Produkt 25 subtrahiert, vom Rest die Wurzel nimmt, dazu 8 addiert und die Summe durch 10 teilt, als Quotient 2 giebt. (28)." Das Verfahren der Inversion beschreibt Bhascara folgendermaßen: „Willst du eine Zahl finden, wenn eine gegeben ist, so mache den Divisor zum Multiplikator, diesen zum Divisor, das Quadrat zur Wurzel, die Wurzel zum Quadrat, verwandle positiv in negativ und negativ in positiv"[1]).

2. Das Rechnen der Araber.

Im Jahre 773 kam durch eine indische Gesandtschaft die indische Rechenkunst an den Hof der Khalifen zu Bagdad, dieser auf den Trümmern Babylons errichteten Friedensstadt, welche ein Sammelort vieler ausgezeichneter Gelehrten wurde. Die Abbassiden waren edle Nachfolger der Ptolemäer in Ägypten. Mit allem Eifer sammelten sie die wissenschaftlichen Schätze der unterjochten Völker, bewahrten sie und bildeten sie aus; den größten Beitrag dazu lieferten die Inder und die Griechen. Es wurden Aristoteles, Euklid, Archimed, Apollonius, Ptolemäus übersetzt, und viele griechische Werke sind dem Occident erst als arabische Übersetzungen zugegangen. Namentlich haben sich drei Brüder: Mohammed ben Musa ben Schaker, Hamet und Hasan als Übersetzer hervorgethan; sie verfaßten auch selbst ein Werk über Geometrie, in welchem sich die Formel (nebst Beweis) für den Flächeninhalt des Dreiecks als Funktion der drei Seiten findet mit der Anwendung auf das Dreieck mit den Seitenzahlen 13, 14, 15. Harun al Raschid liebte Dichtkunst und Dichter und teilte wissenschaftliche Geschenke (an Karl den Großen aus dem Gebiete der Mechanik und Astronomie) aus. 300 Gelehrte ließ er auf eigene Kosten reisen und Schätze sammeln. Al Mamun, dessen Khalifat von 813 bis 833 währte, gründete in Bagdad eine Akademie, in Bassora, Kufa und Bokhara Schulen und begehrte vom Kaiser Theophilus den griechischen Mathematiker Leo als Lehrer. Dieser Khalif beauftragte den berühmten arabischen Mathematiker Mohammed ben Musa Alkharizmi die Arithmetik zu bearbeiten, um eine Menge von Operationen zu erleichtern, welche sich beim Verkehr der Menschen und ihren Bedürfnissen darbieten. In diesem damals weit verbreiteten Werke ist die neue indische Methode enthalten, welche die Araber sehr leicht, schnell und sinnreich fanden. Seine Arithmetik, welche das Numerieren, Addieren, Subtrahieren, Duplieren, Medieren, Multiplicieren und Dividieren behandelt, hat in gleicher Weise die ganze europäische Rechenkunst beeinflußt, wie Euklids Bücher die Geometrie. — Das Numerieren ist als etwas Neues sehr ausführlich dargelegt; im Addieren und Subtrahieren soll der Anfang mit der höchsten Ordnung gemacht werden, weil die Ausführung dadurch leichter und nützlicher werde, das Halbieren beginnt mit der niedrigsten, das Verdoppeln mit der höchsten Ordnung; die Multiplikation wird nach indischem Vorgange sehr verschiedenartig gelehrt und ihr Resultat durch die Neunerprobe geprüft. Nach der Division folgt die Rechnung mit den 60teiligen Brüchen. — In der Mitte des 9. Jahrhunderts verfaßte Alkindi ein Werk über den indischen Kalkül. — Wenn auch noch aus dem 15. Jahrhundert „die Aufhebung des Schleiers der Wissenschaft vom Kalkül" von Kalsadi und später die „Essenz der Rechenkunst" von Beha-eddin (nach Nesselmann 1547—1622; nach Cantor 1575—1653) anzuführen sind, so ist doch schon die Rechenkunst des Mohammed Beha-eddin ben Alhossian aus dem 10. Jahrhundert als Abschluß der arabischen Entwickelung zu betrachten. Das genannte Werk steht noch heute in Vorderasien in großem Ansehen und soll fast das einzige Lehrbuch der Arithmetik sein. Nach einer Definition der Zahl und der Rechenkunst werden die

---

1) Wildermuth S. 715.

7 Species[1]) behandelt. Bemerkenswert sind die eleganten Regeln, welche zur Auflösung ausgezeichneter Aufgaben gegeben werden. Z. B.: Sind 2 Zahlen, die beide zwischen 10 und 20 liegen, zu multiplicieren (12 . 13), so addiere zu dem einen Faktor die Einer des anderen (12 + 3 = 15), multipliciere die Summe mit 10 (10 . 15 = 150) und addiere dazu das Produkt der Einer (150 + 2 . 3 = 156). Behandelt man die Aufgabe algebraisch, so leuchtet Entstehung und Beweis der „eleganten Regel" sofort ein.

$$(10 + 2)\ (10 + 3) = (10 + 2 + 3)\ 10 + 2 \,.\, 3 = 156.$$

Die Divisionsmethode ist der Algebra entlehnt. Ist der Divisor kein voller Zehner, so wird er als Differenz ausgedrückt, deren Minuend der nächst größere Zehner ist. Nach Hankel findet sich bei den Arabern auch das „Übersichdividieren", das unten erläutert ist.

Nach den sieben Species in ganzen Zahlen folgen: die Bruchrechnung, die Proportionen, die Inversion, die Algebra [sie kennen die Formeln

$$1^2 + 2^2 + \ldots n^2 = \frac{2n+1}{3} (1 + 2 + \ldots n)$$

$$1^3 + 2^3 + \ldots n^3 = (1 + 2 + \ldots n)^2$$

und den Satz, daß die Summe zweier Kuben nicht wieder ein Kubus sein kann] und im Schlußkapitel zerstreute Aufgaben als Wiederholung, um den Lernenden in der Aufsuchung des Unbekannten zu befestigen und seinen Geist zu schärfen.

3. Das Rechnen der Abendländer (bis 1500).

Es muß hier der Gang der Entwickelung unterbrochen und bei den Römern wieder eingesetzt werden; dies Zurückgreifen ist gerechtfertigt und geboten, weil sich die Methode der Römer bis ins 12. Jahrhundert hinein erhielt und weil sich für das Verschwinden der römischen und das Einbürgern der indischen Methode kein bestimmter Zeitpunkt angeben läßt, der Verdrängungsproceß vielmehr einen längeren Zeitraum umfaßt.

Wenn auch die römischen Agrimensoren bei ihren Zeitgenossen in hohem Ansehen standen, so sind doch ihre Namen aus der Geschichte der Mathematik verschwunden. Aus dem 5. Jahrhundert sind nur drei Mathematiker: Martianus Capella, Boëtius und Cassiodorus zu nennen.

Martianus Capella schrieb zu Anfang des 5. Jahrhunderts zu Karthago eine Encyklopädie von neun Büchern, von denen die letzten die sieben freien Künste behandeln und die ersten beiden einen philosophisch-allegorischen Roman bilden unter dem Titel: Nuptiae Philologiae et Mercurii. Das Buch über Arithmetik ist ein dürftiger Auszug aus Nikomachus nebst einer ausführlichen Beschreibung der mystischen Bedeutung der Zahlen.

Cassiodorus behandelt auch die sieben freien Künste, jedoch in folgender Ordnung: Grammatik, Rhetorik, Dialektik, Arithmetik, Musik, Geometrie, Astronomie.

Über Boëtius (nach Cantor von 475—525 ca., nach Nesselmann von 455—524) ist viel geschrieben und über die Echtheit seiner Geometrie viel gestritten worden; besonders über die spätestens im 11. Jahrhundert interpolierte Stelle, welche neun Charaktere und ein rundes Zeichen (0) enthält. Boëtius führte die Rechnung nicht ohne Kolumnen aus, bedurfte also der Null nicht. Er hatte römische und griechische Mathematiker studiert. Seine Verdienste führt der Kaiser selbst in einem an ihn gerichteten Briefe als Grund an, warum er ihn allein für geschickt halte, eine Wasser- und Sonnenuhr, welche der Burgunderkönig Gundibald gewünscht hatte, herzustellen. „In deinen Übertragungen wird die Musik des Pythagoras, die Astronomie des Ptolemäus lateinisch gelesen. Nikomachus, der Arithmetiker, der Geometer Euklid werden von den Ausoniern gehört. Platon, der Forscher göttlicher Dinge, Aristoteles, der Logiker, streiten in der Sprache des Quirinals. Auch Archimed, den Mechaniker, hast du lateinisch den Sikulern zurückgegeben, und welche Wissenschaften und Künste auch das fruchtbare Griechenland durch irgendwelche Männer erzeugte, Rom empfing sie in vaterländischer Sprache durch deine einzige Vermittelung." Am Anfang der Arithmetik bemerkt er, unter

1) Numerieren, Duplieren, Medieren gehören dazu.

den Pythagoreern sei es ausgemacht gewesen, daß das Quadrivium — welches Wort hier zuerst auftritt, um die Vierteilung der mathematischen Wissenschaften zu bezeichnen — allein zum Gipfel der Philosophie führe. Darauf giebt Boëtius folgende Einteilung: „Die Menge an und für sich betrachtet die Arithmetik, die auf etwas bezogene Menge hingegen erkennen die Maße des musikalischen Wohlklanges. Die Geometrie verspricht die Kenntnis der unbeweglichen Größe, die Wissenschaft des Beweglichen erklärt die Astronomie für ihr Eigentum. Der Forscher, dem es an diesen vier Gebieten fehlt, kann das Wahre nicht finden, und ohne Erkenntnis der Wahrheit kann niemand weise sein." Die Arithmetik ist eine Übersetzung, Erklärung und Vermehrung des Nikomachus. Die Andeutungen über die Multiplikation sind: multipliziert man Einer, Zehner, Hunderter ꝛc. mit Einern, so sind die Produkte Einer, Zehner, Hunderter ꝛc.; multipliziert man Zehner, Hunderter, Tausender ꝛc. mit Zehnern, so sind die Produkte Hunderter, Tausender ꝛc. Divisionsmethoden lehrt er drei: 1) Die Subtraktionsmethode, welche anzuwenden ist bei Divisionen von Zahlen gleicher Ordnung, z. B. 900 : 300; 50 : 10; 8 : 2. („Ist ein Zehner oder ein Hunderter oder eine höhere Zahl durch eine Zahl gleicher Ordnung zu dividieren, so muß man die kleine von der größeren so weit hin, als man zu dividieren hat, abziehen.") 2) Die Differenzmethode, welche eine Division mit Hilfe der dekadischen Ergänzung ist und zur Anwendung gelangt, wenn Dividend und Divisor Zahlen verschiedener Ordnung sind. Beispiel: 90 : 7 = 90 : (10 — 3). („Ist mit einem Einer in einen Zehner, Hunderter oder Tausender zu dividieren, oder mit einem Zehner in eine Zahl höherer Ordnung, so muß man mit Hilfe der Differenz operieren. — Kommt der fleißige Schüler zur Division eines Hunderter oder Tausender ꝛc. durch einen zusammengesetzten Zehner, wo mit Hilfe der Differenz dividiert werden soll, so mag er wissen, daß man durch die vergrößert daruntergesetzte Zahl teilt.") Beispiel: 672 : 16. Lösung: $\underset{2}{672}$, d. h. 672 : 20, das ist 30 mal; Rest 72, dazu 30 · 4 als Korrektur; $\underset{2}{192}$, d. h. 192 : 20, das ist 9 mal ꝛc. 3) Für den speziellen Fall, daß der Divisor aus Hundertern und Einern ohne Zehner besteht und der Dividend eine einfache Zahl höherer Ordnung ist, giebt er eine der Differenzmethode ähnliche Regel.

Aus den verschiedenen Divisionsmethoden geht deutlich hervor, wie die nutzlose römische Einteilung der Zahlen nur ein Hindernis geworden ist für die Ausbildung einer allgemeinen Divisionsregel. Ebenso deutlich ist aber auch ersichtlich, daß das Rechnen des Boëtius von dem der Araber sehr verschieden ist; die Araber rechnen mit dem Positionssystem und der Null, Boëtius auf dem Abacus ohne Null.

Dem zu seiner Zeit hochangesehenen Werke „Originum libri XX" von Isidorus Hispalensis (von 570 bis 636) muß der Titel eines mathematischen Werkes abgesprochen werden; denn wenn das Quadrivium, die mathematischen Disziplinen, auf vier Seiten abgethan ist, so kann das keine Darstellung der Mathematik sein. In der That befaßt sich Isidorus in seiner Arithmetik, „welche (nach ihm) bei den Griechen zuerst von Pythagoras aufgeschrieben worden ist, dann von Nikomachus weitläufiger behandelt und den Römern durch Appulejus (zwei Jahrh. n. Chr.) und Boëtius bekannt wurde," weder mit Zahlen noch mit Operationen, sondern beschränkt sich auf Definitionen und grammatische Erklärungen von Kunstausdrücken. Das Werk wird nur deshalb erwähnt, weil arithmetische Schriften aus jener Zeit Seltenheiten sind.

Beda Venerabilis (von 672 bis 735, war Priester in den Klöstern St. Peter und Paul an der Grenze Schottlands), ein ausgezeichneter Gelehrter, hat außer vielen andern Schriften auch einige arithmetische Abhandlungen verfaßt, in denen die arabischen Ziffern mit angeführt sind. 1) „De arithmeticis numeris" ist ein gedrängter Auszug einiger Definitionen aus den Werken des Appulejus und Boëtius, welche er als Quellen angiebt. 2) „De loquela per gestum digitorum" lehrt an den Fingern zählen. Diese Schrift enthält die ausführlichste Beschreibung von der römischen Fingerrechnung. 3) „De numerorum divisione" giebt eine Auseinandersetzung des neuen Zahlensystems. 4) „De arithmeticis proportionibus" enthält verschiedene Methoden, eine gedachte Zahl zu erraten, und Aufgaben, ad acuendos juvenes, welche darauf berechnet sind, die mathematische Bildung zu erhalten. — Bedas berühmter Schüler

Alcuin (von 735 bis 804), ein Stern erster Größe unter den Gelehrten, war nicht eigentlich Mathematiker, wußte aber doch mathematischen Unterricht zu leiten. Von dieser Zeit an

ist zu bemerken, wie sich sämtliche Wissenschaften die religiöse Bevormundung gefallen lassen müssen; auch der Arithmetik wurde erst durch die Theologie die rechte Weihe gegeben. So war die Zahl der von Gott, welcher alles gut schuf, erschaffenen Wesen 6, weil 6 ein numerus perfectus ist; 8 aber ist ein numerus deficiens (weil die Summe aller Teiler 1 + 2 + 4 kleiner als 8 ist) und deshalb geht der zweite Ursprung des Menschengeschlechts von der Zahl 8 aus. Wir lesen nämlich, daß in der Arche Noahs 8 Seelen waren. Durch solche Spekulationen suchte Alcuin seinem Kaiser begreiflich zu machen, wie angenehm und nützlich die Kenntnis der Arithmetik sei. Von seinem großen Lehrer Beda hat Alcuin gelernt, durch besondere scharfsinnige Aufgaben das Nachdenken zu üben und das Gemüt zu belustigen. „Zwei Männer kaufen für 100 Solidi Schweine, je 5 Schweine zu 2 Solidi. Die Schweine teilen sie unter sich, verkaufen sie, wie sie sie gekauft haben, und behalten einen Nutzen; wie ging das zu?" Cantors Lösung: „Bei der Teilung hat jeder 125 Stück erhalten; diese sind aber von verschiedenem Werte, so daß von der einen Qualität 2 für 1 Solidi verkauft wurden, von der andern 3, also wieder 5 für 2 Solidi. Daher geben 120 von den teuren Schweinen einen Erlös von 60 Solidi, 120 von den billigen bringen noch 40 Solidi ein, und also haben die beiden Schlauköpfe jetzt ihre 100 Solidi wieder und noch 10 Schweine übrig."[1])

Auf Alcuin folgt die Zeit der größten Finsternis; die Scholastik nahm die Geister gefangen und hinderte jede freie Entwickelung. So hat Odo von Clugny (879—943) nichts mehr gethan, als den Boëtius kommentiert; es findet sich in seinen Schriften nichts Arabisches, weder die Null, noch die Neunerprobe, noch die Sexagesimalbrüche. Mit warmen Worten redet er vom Nutzen und von der Erfindung des Abacus, läßt dann Definitionen der Zahlen folgen und beschreibt die Multiplikation und Division auf dem Abacus. Von der Division giebts drei Arten: die einfache, zusammengesetzte und unterbrochene, je nach der Art des Divisors. Seine Auseinandersetzungen sind sehr dunkel, und er ist der Meinung, daß sich das alles viel leichter mündlich als schriftlich abmachen ließe. Nach der Division werden die Bruchteile, die Minutien, gelehrt, besonders die Verwandlung höherer Sorten in niedere. „Schließlich könne man freilich nicht weiter zu niedrigeren Einheiten (Bruchteilen) übergehen, da höre denn auch die Division auf, und man könne sich nicht wundern, wenn bei den Bruchteilen etwas übrig bleibe, da er sehe, daß auch andere Künste viele Zweifel gestatten."

Im 10., 11. und 12. Jahrhundert gingen viele Gelehrte nach Spanien, um arabische Kunst und Wissenschaft zu studieren und durch lateinische Übersetzungen zu verbreiten. Einer der ersten war der Mönch

Gerbert[2]), dem die Abendländer lange Zeit irrtümlicher Weise die Ehre der ersten Vermittelung der arabischen Ziffern zuerkannt haben. Er hat aus griechischen, römischen und arabischen Quellen geschöpft und arithmetische Schriften hinterlassen, die vollkommene Bekanntschaft mit dem System der neuen Rechenmethode erkennen lassen; er nennt es das System des Abacus und seine Schüler folgen ihm darin. Von seinen meist der Vaticanischen Bibliothek gehörenden Schriften sind hier anzuführen: 1. Gerberti scholastici abacus compositus. 2) De numeris. 3) Regulae Abaci. 4) Fragmentum Gerberti regulae de Abaco. 5) Gerberti arithmetica.

Athelard und Gerard von Cremona folgten dem Vorgange Gerberts, Bildungsreisen zu unternehmen. Ersterer bereiste Spanien, Ägypten und Arabien; Europa verdankt ihm die erste

---

1) Der Nutzen kommt daher, daß der Verkaufspreis dem Einkaufspreis nur scheinbar gleich ist. Beim Verkauf sind ebenso viel billige als teuere Schweine angenommen (die 10 übrigbleibenden Stück abgerechnet); während beim Einkauf die Anzahl der teueren zu der der billigen Schweine wie 2 : 3 anzunehmen ist. Es werden also billige Schweine für teuere verkauft, und deshalb ergiebt sich der Nutzen, der auch größer oder kleiner als der obige sein kann.

2) Ort und Zeit der Geburt Gerberts sind unbekannt, auch ist nicht alles über seinen Studiengang aufgeklärt. Wahrscheinlich ist er in der Auvergne in der Nähe des Klosters Aurillac zu Anfang des 10. Jahrhunderts geboren. In diesem Kloster genoß er von dem Scholastikus Raimund den ersten Unterricht. Er machte eine Rundreise durch mehrere Klosterschulen Nordfrankreichs. 970 war er in Rom, wo er Otto I., der ihn als Lehrer verbinden wollte, sagte: in der Mathematik wisse er genug, nur in der Dialektik wolle er sich noch weiter ausbilden. Ungefähr 10 Jahre später wurde er Abt von Bobbio; um diese Zeit mag er auch die acht Bücher des Boëtius gefunden und studiert haben. Weil ihm Papst Johann XIV. feind und sein Beschützer Otto II. gestorben war, ging er 983 nach Rheims und wurde Lehrer und Ratgeber des minderjährigen Otto III. Mit demselben zog er 996 nach Rom, blieb daselbst bei Papst Gregor V. und bestieg 999 als Sylvester II. den päpstlichen Stuhl; er starb 1003.

Übersetzung Euklids, sie geschah aus dem Arabischen. Auch der andere, Gerard von Cremona, der in Toledo studierte, hat sich als Übersetzer arabischer Werke einen Namen erworben.

Wir stehen nun in der Zeit, in welcher das indische Rechnen nach und nach das Rechnen römischer Herkunft verdrängt und den Sieg über dasselbe gewinnt; und es ist angezeigt, jetzt, nachdem die hauptsächlichsten Autoren vorgeführt sind, auch ihre Methoden: das Rechnen auf dem Abacus mit wagerechten Linien und auf dem Abacus mit Kolumnen darzulegen.

a) Das Rechnen auf dem Abacus mit wagerechten Linien bietet wenig Anlaß zur Erläuterung. Es wird in allen Species mit der höchsten Potenz begonnen. In der Multiplikation legt man den Multiplikand auf und legt hierauf so viel Marken an dieselbe Stelle für jede einzelne, als der Multiplikator Einheiten hat. In der Division werden bequeme Produkte, das 1fache, 5fache, 10fache, 50fache, 100fache . . abgezogen. Im algorismus linealis, der auf Appulejus zurückgeführt wird, sind Medieren, Duplieren, die Progressionen, das Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzel auf diesem Abacus ausgeführt worden.

b) Das Rechnen auf dem Abacus mit Kolumnen. Dieser Abacus läßt sich bis ins 10. Jahrhundert zurückverfolgen, und Gerberts Abhandlung de numerorum divisione ist die älteste Quelle. Hier werden nur die Multiplikation und Division auseinandergesetzt, weil sie sehr umständlich auf dem Abacus mit Linien auszuführen waren.

Die Sätze, welche die allmälige Entwickelung der Multiplikation umfassen, sind folgende. Die Multiplikation mit einem Zehner geschieht nicht anders als mit einem Einer, nur muß man dem Produkt die gehörige Kolumne anweisen. Welche Kolumne auch die Einerkolumne multipliciert, in eben diese setze die Fingerzahl, in die nächste die Gliedzahl; analoge Regeln giebts für die Fälle, daß der Multiplikator ein Zehner, Hunderter . . bis 100 000 000 ist; sämtliche spezielle Regeln enthält der allgemeine Satz: um wieviel Stellen der Multiplikator von der ersten Kolumne absteht, um ebensoviel bringt er die Fingerzahl von der Kolumne fort, die er multipliciert, und die Gliedzahl in die nächstfolgende. Man findet stets eine Einteilung der Multiplikation in mehrere Arten. Z. B. 1) Die einfache Multiplikation, bei welcher der Multiplikator nur eine Ziffer gleichviel welcher Kolumne hat. 2) Die zusammengesetzte, bei welcher der Multiplikator aus mehreren Ziffern nebeneinander besteht. 3) Die continuierliche, bei welcher der Multiplikator der Art ist, daß von den Einern an gerechnet jede Kolumne aufgefüllt ist (d. h. in unsrer Bezeichnung, daß er keine Null besitzt). 4) Die unterbrochene, bei welcher der Multiplikator leere Kolumnen zwischen gefüllten besitzt (d. h. in der Mitte Nullen hat).

Die Einteilung ist aber ohne Einfluß auf die Ausführung, deshalb soll nur ein Beispiel folgen. 4600 . 23 = 105 800.

$\bar{M}$	$\bar{C}$	$\bar{X}$	$\bar{I}$	C	X	I
			4	6		
	1	1 1 8	1 2 2 5	8		
					2	3

Der Abacus wird in vier Abteilungen gebracht, die oberste trägt die Kopfzahlen der Kolumnen, in die zweite setzt man den Multiplikand, in die dritte die Ausrechnung und in die vierte den Multiplikator. In den neun Regeln, die Gerbert für die Division giebt, sind drei Arten von Divisoren enthalten: 1) Einer und solche, die Produkte aus Einern und irgendwelcher Potenz aus 10 sind (also für den Abacus einziffrige Divisoren). 2) Zehner mit Einern und solche, die Produkte aus diesen und irgendwelche Potenz aus 10 sind (Divisoren aus 2 nebeneinanderstehenden Ziffern). 3) Hunderter mit Einern und solche, die Produkte aus diesen und irgendwelcher Potenz aus 10 sind (also zwischen zwei ausgefüllten eine leere Kolumne).

Erste Art der Division. 8 : 2; 80 : 30. Der Quotient wird durch wiederholte Subtraktion gesucht.

Zweite Art. 4087 : 6. Nachdem über den Dividend der Divisor gesetzt war, wurde über den Divisor seine dekadische Ergänzung (Differenz genannt) geschrieben, also hier 4. Diese Differenz 4 wird mit der Ziffer 4 der Tausender multipliciert, das Produkt 16 um eine Kolumne zurückgerückt, die Ziffer 4 der Tausender getilgt und unten in die Kolumne der Hunderter geschrieben, um dort zur Bildung des Quotienten zu dienen, welcher aufgefaßt wird als die Anzahl der Divisoren, die im Dividenden enthalten ist. Vom Produkt 16 ist aber 1 wieder in die Kolumne der

Tausender gekommen, also wird die Differenz 4 mit 1 multipliciert, das Produkt 4 in die Kolumne der Hunderter geschrieben, 1 oben getilgt und unten angeschrieben. Die Ziffern unter C werden vereinigt 6 + 4 = 10; es ergiebt sich also nochmals ein Tausender und mit diesem wird verfahren wie vorher, 1 . 4 = 4 unter C, 1 hinab. In derselben Weise wird fortgerechnet bis zu den Einern 4 . 4 = 16 unter C und X, 4 hinab unter X; 1 . 4 = 4 unter X, 1 hinab; 4 + 6 + 8 = 18 unter C und X; 1 . 4 = 4 unter X, 1 hinab; 4 + 8 = 12 unter C und X; 1 . 4 = 4 unter X, 1 hinab; 2 + 4 = 6 unter X; 6 . 4 = 24 unter X und I, 6 hinab unter I; 2 . 4 = 8 unter I, 2 hinab; 8 + 4 + 7 = 19 unter X und I; 1 . 4 = 4 unter I, 1 hinab; 9 + 4 = 13 unter X und I; 1 . 4 = 4 unter I, 1 hinab; 3 + 4 = 7. Von 7 läßt sich 6 noch einmal wegnehmen. Es wird unter I oben und unten 1 angeschrieben; die erste 1 ist der Rest der Division. Unten werden die Ziffern vereinigt, der Quotient ist daher 681.

I	C	X	I	
			4	Differenz.
			6	Divisor.
4		8	7	Dividend.
1	6	6	4	
1	4	4	8	
	4	8	9	
	1	4	4	
	1	2	3	
	1	4	4	
		6	7	
		2	1	
		1		
		1		
	4	4	6	
	1	1	2	Quotient.
	1	1	1	
	6	1	1	
		8	1	
			1	

Die Methode ist algebraisch und erhellt, wenn man die Zahl 4087 nicht durch die Zahl 6, sondern durch die ihr gleichwertige Differenz 10 — 4 dividiert.

Von der zweiten Divisionsmethode unterscheiden sich die dritte, vierte und fünfte nur dadurch, daß bei den letzteren mehrstellige Divisoren [27, 380, 2050] gewählt sind, während die zweite nur einstellige behandelt.

Die sechste Art nähert sich in ihrer letzten Hälfte der gegenwärtigen Form einigermaßen. 9000 : 308.

Erläuterung: Nicht 9000, sondern nur 1000 wird dividiert, Quotient und Rest werden mit 9 multipliciert und die Division in den neunfachen Rest fortgesetzt. 1000 zerlegt in 100 und 900, erste Quotientenziffer 3 unten notiert, 3mal 3 ist 9, 9 unter C gestrichen; 3mal 8 ist 24, wird unter X und I gesetzt und von 100 (unter C) subtrahiert, d. h. die Ergänzung der 4 bis 10 und der 2 bis 9 gesucht, man hat 76 unter X und I, 24 unter X und I und 1 unter C gestrichen; der gefundene Quotient (1000 : 308) ist 3, der Rest 76; beides mit 9 multipliciert giebt 27 als Quotient und als Rest 63 Zehner und 54 Einer, welche in die betreffenden Kolumnen gesetzt werden, die Zehner 3 und 5 vereinigt man und erhält als Rest 684, welcher weiter dividiert wird; 600 = 100 + 500; von 500 läßt sich 300 nur einmal subtrahieren, Rest 200, die 8 Einer werden vom zurückgelegten 100 subtrahiert, folglich kommen unter X und I 92; 200 + 84 + 92 = 376, davon läßt sich 308 noch einmal subtrahieren, Rest 68, Quotient 29.

I	C	X	I
	3		8
9			
	1) 9	2	4
	6	7	6
	1) 5	3	4
	2	5	2
	3	8	6
		9	8
		7	
		6	
			3
		2	7
			1
			1
			9

Hier ist zwar klassificiert, aber nicht gut dociert; ja die Menge von Divisionsmethoden erschwerte geradezu die Aneignung derselben; und es ist erklärlich, wenn man liest, daß der Inhaber aller Methoden wie ein Wunder von Gelehrsamkeit angestaunt wurde.

Gerberts Schüler, Berelinus, hat die sechs Divisionsmethoden auf vier reduciert und eine principielle Einteilung gegeben: 1) divisio simplex cum differentia, 2) divisio simplex sine differentia, 3) divisio composita cum differentia, 4) divisio composita sine differentia.

Die erste Art (divisio simplex cum differentia) ist genau die zweite Art bei Gerbert.

Die zweite Art bekundet einen bedeutenden Fortschritt gegen Gerbert, es wird mit dem einzifferigen Divisor selbst dividiert, der Divisor wird bei jeder Division fortgerückt. 4087 : 6. In Worten: Setze den Divisor 6 unter C, weil er größer ist als 4 Tausender; 6 in 40 ist 6mal enthalten (6 unten unter C notiert), Rest 4 oben unter C; Divisor 6 unter X gerückt; 6 in 40 ist 6mal enthalten (6 unten unter X notiert), Rest 4 oben unter X; 8 + 4 (unter X) = 12

I	C	X	I
	6	6	6
4		8	7
	4	8	1
	1	4	
		2	
		4	
		6	
	6	6	1
		1	
		1	
		8	

unter C und X; 6 in 10 ist 1 mal enthalten, Rest 4; 4 + 2 = 6; 6 in 6 ist 1 mal enthalten. Divisor unter I gerückt; 6 in 7 ist 1 mal enthalten, Rest 1. Quotient 681, Rest 1.

Bei der dritten Art wird mit Hilfe der Differenz operiert, sodaß die Aufgabe 52487 : 218 folgende Form erhält: 52487 : (300 — 82).

Die vierte Art (divisio composita sine differentia) lehrt mit einem mehrstelligen Divisor in der gegebenen Form dividieren; die Ausführung geschieht wie bei der zweiten Art.

Die vier verschiedenen Divisionsmethoden sind nur zwei verschiedene: man dividiert entweder mit Hilfe der dekadischen Ergänzung oder mit dem Divisor in der gegebenen Form. Ob der Divisor ein- oder mehrstellig ist, ist ohne Einfluß auf das Wesen des Verfahrens.

In der Schrift de disciplina numerorum abaci (Schlömilchs Zeitschrift für Mathematik X) ist die Einteilung in zwei Hauptarten durchgedrungen. Die Division cum differentia heißt divisio ferrea, die andere divisio aurea.

Die Rechnung mit Brüchen ist in Gerberts Schriften gar nicht vertreten, Berelinus rechnet mit den Zeichen der Minutien in den Kolumnen wie mit ganzen Zahlen.

Im 12. und 13. Jahrhundert fand die indische Methode, die bisher nur von einzelnen und noch dazu sehr zaghaft vorgetragen worden war, allgemeine Verbreitung und errang den Sieg über die nun nicht mehr existenzberechtigte Kolumnenrechnung. Am raschesten vollzog sich der Verdrängungsprozeß in Italien, weniger schnell in Frankreich und Deutschland, eingeleitet wurde er durch das Meisterwerk des Leonardo. Die arabische Quelle, aus welcher die indische Rechenkunst den westeuropäischen Ländern zufloß, ist die Arithmetik Alkharizmis. Eine lateinische Übersetzung derselben hieß Algorithmus und Algorismus. Beide Worte sind eine Umwandlung des Namens Alkharizmi und bedeuteten das Werk sowohl, als auch das Rechnen mit den neun Ziffern nach dem Prinzipe des Stellenwertes. Einige Autoren brauchen in der gleichen doppelten Bedeutung das Wort Abacus, so daß im spätern Mittelalter Algorismus und Abacus synonym sind. In Apians Buche (1527) findet sich sogar die Überschrift „Algorithmus in gemeinen Brüchen". Am spätesten habe ich bei Clausberg (1772) mit Algorithmus die vier Spezies bezeichnet gefunden. — Man rechnete mit den „9 Figuren und dem Circulus". Leonardo bringt für Circulus das Wort zephirum auf und nennt es arabischen Ursprungs; es geht in Italien in zefiro und zero über, welche beiden Wörter in Manuscripten des 14. und 15. Jahrh. vorkommen. In Deutschland heißen im 15. Jahrh. die Zahlzeichen „die 9 Figuren und die cifra"; später wird die Bezeichnung Ziffer auf alle Zahlzeichen übertragen.

Das älteste bekannte Werk über arabische Arithmetik und Algebra ist von Johannes Hispalensis aus dem 12. Jahrhundert; es ist das erste, welches den Titel Algorismus trägt. Dasselbe beginnt: Incipit prologus in libro Algorismi de practica Arithmetica, qui editus est a Magistro Johanne Hispalensi, und enthält sieben Operationen (vier Spezies, Duplieren, Medieren und Extrahieren) und als Anhang die Algebra. Derselbe Autor übersetzte auch ein astrologisches Werk, welches astronomische Tabellen mit den neuen Ziffern enthält und schließt: scriptus est liber iste anno Domini Jesu Christi 1171.

Jordan Nemorarius verfaßte eine praktische Rechenkunst unter dem Titel algorismus und eine Arithmetik, worin die Eigenschaften der Zahlen behandelt und Nikomachus und Boëtius nachgeahmt sind.

Johann von Sacrobosco hat eine in Versen verfaßte Arithmetik, betitelt: De Algorismo, hinterlassen, welche in neun Abteilungen das Numerieren, die sechs Spezies, die Progressionen und die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzel enthält. Chasles teilt den Anfangsvers mit:

Haec algorismus, ars praesens, dicitur in qua
Talibus Indorum fruimur bis quinque figuris.

Auch Roger Baco schrieb über Arithmetik und zeigte den Rang der Mathematik und die Hilfe, die sie bei wissenschaftlichen Untersuchungen leistet.

Unter dem Titel Speculum quadruplex hat Vincent von Beauvais ein sehr umfangreiches Werk verfaßt, welches eine Encyklopädie aller Wissenschaften ist. Er giebt darin acht mathematische Wissenschaften an — später sind diese bis auf 15, 16 vermehrt (bei Wolff und Sturm) — und erklärt unser Zahlensystem vollständig unter dem Titel Algorismus.

Das größte Verdienst um die Verbreitung der indischen Methode aber hat nach allen Historikern Leonardo Fibonacci aus Pisa (Fibonacci = filius des Bonaccio).

Schon in früher Jugend wurde er auf dem Abacus unterwiesen, lernte dann als Kaufmann auf seinen Reisen durch Ägypten, Syrien, Griechenland und Sizilien das indische System kennen und eignete sich durch wechselseitige Unterredung die verschiedenen Rechenmethoden an. Alles erschien ihm wie Stümperei gegen die Methode der Inder, welche er allerdings nicht aus indischer Quelle, sondern aus arabischer Kopie kennen lernte. Wie eine Biene verarbeitete er das Gesammelte zu einem harmonischen Ganzen und legte die erworbenen Kenntnisse, durch eigne Zuthat vermehrt, in dem liber abaci 1202 nieder, den er 1208 verbesserte. Von den Griechen lernte er die theoretischen Betrachtungen über die Primzahlen, das Auflösen der Brüche in Stammbrüche; von den Arabern die Algebra; von Boëtius auf einer weißen Tafel mit abwischbaren Zeichen operieren, die Fingerrechnung und die komplementäre Division; von den Indern das Prinzip des Stellenwertes, die Regula falsi, die Neunerprobe und einige Multiplikationsmethoden. Zu seinem Eigentum gehören der Beweis der Neunerprobe und eine Subtraktionsmethode, bei welcher statt zu „borgen" die nächste Stelle im Subtrahend um 1 erhöht wird. Leonardos Abacus ist fast vier Jahrhunderte lang die Fundgrube für die Rechenmeister (Algoristen) und Algebristen geblieben; er ist das Fundament eines Lucas de Burg (auch Lucas Baccioli genannt), eines Cardan, eines Tartalea. Sein Werk unterscheidet sich rühmlich von sämtlichen anderen dieser Zeit; während die übrigen noch unverkennbar den griechischen Charakter tragen, indem sie Geometrie und Algebra streng auseinanderhalten, so durchdringt das seine der echt indische Geist, welcher beide Wissenschaften in wechselseitige Beziehung setzt. Es enthält die vier Spezies in ganzen und gebrochenen Zahlen, die Sexagesimalbrüche, die Regula falsi und alle angewandten Rechnungsarten. Neben den Regeln sind auch Beweise für dieselben gegeben. Darauf folgen lineare Gleichungen, die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzel und die Auflösung quadratischer Gleichungen. Zuletzt wird die Berechnung des Inhalts geradlinigbegrenzter Flächen, des Kreises, ebenflächiger Körper, der Kugel und des Cylinders gelehrt. Es ist somit die ganze Summe des mathematischen Wissens: die ganze Arithmetik, die ganze Algebra und die ganze praktische Geometrie darin gegeben. Obgleich Leonardo nicht Mathematiker von Fach war, so genoß er doch einen glänzenden Ruf; man denke an die Disputation mit den Hofmathematikern Friedrichs II! In einer andern mathematischen Unterredung mit Johann von Palermo legte dieser ihm einige Fragen vor, die Leonardo sogleich beantwortete; z. B. eine Zahl zu finden, welche selbst Quadrat ist und Quadrat bleibt, wenn man 5 addiert oder subtrahiert ($11^{97}/_{144}$). Eine andere Frage bezog sich auf eine Gleichung dritten Grades. Als man ihn bat, seine Kunstgriffe mitzuteilen, legte er dieselben in drei Abhandlungen nieder, deren dritte die „Aufgabe der Vögel" enthält. (Für 30 Geldstücke kauft man 30 Vögel; 3 Sperlinge für ein Geldstück, 2 Turteltauben für 1 Geldst., 1 Schlagtaube für 2 Geldst. Lösung: 9 Sperlinge, 10 Turtelt., 11 Schlagt.)

Numerieren. Man war nun im Stande, alle Zahlgrößen bis ins Unendliche mit leichter Mühe zu schreiben; aber große Zahlen in der leichten Weise zu lesen, wie wir es vermögen, verstand man noch nicht; auch das Numerieren hat seine Geschichte. Für höhere Potenzen als 1000 hatte man mit wenigen Ausnahmen keine besonderen Worte, sondern drückte alle größeren Zahlen als Vielfache von 1000 aus, und so entstand aus der lästigen Wiederholung von Tausend eine höchst schwerfällige Lesart der Zahlen. Das Abteilen geschah durch Zwischenräume, Punkte oder Bögen nach Triaden. In der von Friedlein S. 67 erwähnten lateinischen Übersetzung von Alkharizmis Arithmetik ist durch Zwischenräume abgeteilt 1 180 703 051 492 863 und folgendermaßen gelesen:

mille	mille	mille	mille	milium
vel centum	milia	milia	milia	milium
vel octoginta	„	„	„	„
deinde septingenta		„	„	„
et tria		„	„	„
vel quinquaginta unum			„	„
vel quadringenta				milia
et nonaginta duo				„
et octingenta sexaginta tres.				

Georg Peurbach aus Oberösterreich deutet durch 1, 2, 3 . . übergesetzte Punkte die Wiederholung von Tausend an: 3 629 528 614, dreitausend Tausend mal Tausend; sechshundert Tausend mal Tausend und neunundzwanzig Tausend mal Tausend, fünfhundert achtundzwanzig Tausend sechshundert vierzehn. — Nur von den Griechen ist ein einfacheres Zahlenlesen bekannt, sie teilten nach Tetraden ab und bildeten einfache, zweifache . . *n*fache Myriaden. Diese Art findet sich noch bei Maximus Planudes (14. Jahrhundert), er liest 81.3627.4592 folgendermaßen: achtzigmal zehntausend Myriaden und einmal zehntausend Myriaden, dreimal tausend sechshundert zwanzig sieben Myriaden, viermal tausend fünfhundert neunzig zwei. Michael Stifel (Arith. integra 1544) führt den Begriff Million ein. Nicht zur Entwickelung gehört die mehrfach angewendete Bezeichnung „Tonne Gold" für 100 000. Die ganze Reihe der Zahlbegriffe Million, Billion, Trillion ꝛc. erscheint in Deutschland zuerst bei Heckenberg (1681 Hannover) und gelangt erst im 18. Jahrhundert zu allgemeiner Anwendung; sie ist französischen Ursprungs und findet sich bereits 1520 bei La Roche.

Anzahl der Spezies. Anfangs war man nicht einig über die Anzahl der Species, gewöhnlich werden deren 7 (Numerieren, Addieren, Subtrahieren, Duplieren, Medieren, Multiplicieren, Dividieren) aufgeführt; und es verging geraume Zeit, ehe man dem Numerieren den Rang einer Spezies abgesprochen und das Duplieren in die Multiplikation und das Medieren in die Division verwiesen hat.

Die Ausführung der einzelnen Operationen geschah anfangs nicht mit der Leichtigkeit, Einfachheit, Übersichtlichkeit und Schnelligkeit wie gegenwärtig.

Addition. Man addierte nur zwei Posten, statt aber die Summe darunter oder darüber zu setzen, tilgte man im obern Posten Stelle für Stelle, sodaß derselbe verschwand und die Summe erschien (in dem von Cantor Z. f. M. Bd. X bekannt gegebenen algorizmi). Folgendes Exempel ist in drei Phasen nach dieser Methode gerechnet.

Aufgabe.	666	Lösung.	670	710	810
	144		144	144	144.

Die Definition der Addition daselbst ist: Additio nil aliud est quam ex diversis numeris unum consummare. Leonardo geht praktischer zu Werke; er giebt Tabellen, enthaltend alle Einersummen und alle Zehnersummen, und läßt sie auswendig lernen. Die Tabelle für die Einersummen hat folgende Gestalt:

2 et 2 fiunt 4	3 et 3 fiunt 6	4 et 4 fiunt 8		
2 „ 3 „ 5	3 „ 4 „ 7	4 „ 5 „ 9	ꝛc. bis	9 et 9 fiunt 18
: : :	: : :	: : :		9 et 10 fiunt 19.
2 „ 10 „ 12	3 „ 10 „ 13	4 „ 10 „ 14		

Ganz ähnlich ist die Tabelle für die Zehner. Er addiert mehr als zwei Posten, setzt die Summe darüber und prüft das Resultat durch die Neunerprobe. Dieselbe besteht im allgemeinen darin, daß man aus den in der Rechnung vorkommenden Zahlgrößen alle Neuner fortläßt und nur die Reste behält, die Reste erfahren je nach der Spezies noch eine besondere Behandlung; aus der Gleichheit der zwei zuletzt gefundenen Zahlen schließt man auf die Richtigkeit der Rechnung. Das Aufsuchen der Reste geschieht einfach dadurch, daß man die Quersumme sucht und daraus die Neuner fortläßt. Für die Addition gilt folgende Regel: die Summe der Proben der einzelnen Posten muß gleich sein der Probe der gefundenen Summe; dabei ist zu beachten, daß wenn die Probensumme aus den einzelnen Posten mehr als 9 oder als ein Vielfaches von 9 beträgt, nur der Überschuß über dieses Vielfache zu nehmen ist.

Z. B.	3896		8	(Probe der Summe)
	1542	Probe: 3	5	(Proben der zwei Posten)
	2354		8	(Summe der Proben).

Für die Subtraktion (diminutio) findet sich zwar in Musa Alkharizmi eine Erläuterung für das Entlehnen, aber nur ein Beispiel ohne Entlehnen. Joh. Hispalensis bringt zuerst die technischen Ausdrücke minuendus und minuens (für Subtrahend) auf, und Leonardo vermehrt dieselben durch die Bezeichnungen: extrahere (für subtrahere), extractio, minor und major numerus. Jener lehrt die Subtraktion „mit Entlehnen" in zwei Formen; a) die Subtrahendenziffer wird von der ent-

lehnten 10 subtrahiert und die Minuendenziffer zu dem Reste addiert; b) die Subtrahendenziffer wird von der um 10 vergrößerten Minuendenziffer subtrahiert. Dieser führt die Methode „mit Darzulegen" vor: falls die Subtrahendenziffer größer ist als die Minuendenziffer, so addiert man oben 10 und zur nächst höheren Stelle des Subtrahenden 1 und subtrahiert hierauf.

		10	10	10	10	
Aufgabe	5	4	6	1	2	Minuend
	3	5	8	4	3	Subtrahend
	1	1	1	1		dazugelegte Einheiten
	1	8	7	6	9	Rest.

Die Neunerprobe für die Subtraktion: die Probensumme aus Rest und Subtrahend muß gleich sein der Probe des Minuenden. — Untrüglich ist die Neunerprobe nicht, denn sehr verschiedene Quersummen (4, 13, 22, 31 2c.) geben dieselbe Probe; auch entdeckt sie keine Schreibfehler wie folgende: 19 statt 91, an Ansatzfehler ist gar nicht zu denken.

Duplatio et Mediatio. Johannes Hispalensis begründet die beiden Operationen mit den Worten: quia necessaria sunt ad inveniendam radicem. Er beginnt mit der höchsten Potenz, sodaß 978 . 2 in folgenden Phasen erscheint: 1878; 1948; 1956. Alkharizmi fängt das Duplieren und Medieren mit den Einern an; die Halbierung von 9783 ist also folgendermaßen vollzogen: 9781; 9741; 9391; 4891 und die Hälfte von 1. Leonardo behandelt beide Operationen nicht.

Multiplikation. Vorübung dazu ist das Auswendiglernen des kleinen Einmaleins. Alkharizmi beginnt mit der höchsten Potenz des einen und der niedrigsten des andern Faktors, setzt die Produkte darüber und rückt nach jeder Multiplikation mit einer Stelle den einen Faktor weiter. Die Multiplikation 2326 . 214 hat demnach folgende Stufen:

			1	
		4	4	
	3	3	326	
	61	612	6122	
428	4282	42828	428284	497764
2326	2326	2326	2326	2326
214	214	214	214	214

Johannes Hispalensis führt die technischen Ausdrücke multiplicandus, multiplicans und proveniens summa ein. Er beginnt ebenfalls mit der höchsten Potenz, löscht aber während der Rechnung den multiplicandus, sodaß er am Ende nur die andern beiden Größen behält.

Aufgabe: 128 . 19. Lösung:	128	1928	2288	2432
	19	19	19	19.

Leonardo führt außer dieser Methode und der bereits oben beschriebenen „netzförmigen" noch die „blitzartige" Multiplikation vor. Man bildet erst das Produkt, das Einer giebt; dann alle die Produkte, welche Zehner geben; dann alle die, welche Hunderter liefern 2c.; die zusammengehörigen Produkte vereinigt man sogleich und schreibt die Einer der jedesmaligen Summe an die gehörige Stelle im Gesamtprodukt, die Zehner addiert man zur nächsten Summe. Der einzige Vorteil dabei ist der, daß man das Gesamtprodukt sogleich erhält, ohne die Partialprodukte hinschreiben zu müssen; man erspart dabei weder einzelne Multiplikationen noch einzelne Additionen, wohl aber setzt man sich der Gefahr der Verwirrung aus.

Leonardo behandelt die Multiplikation in acht Abteilungen, die Einteilung ist nach der Größe der Faktoren (ein=, zwei=, dreiziffrig 2c.) getroffen. Für diejenigen, die das Einmaleins nicht weiter als bis 5 . 5 erlernt haben, giebt er eine Methode, die übrigen Einerprodukte zu finden. Z. B. 7 . 8. Subtrahiere die dekadische Ergänzung des einen Faktors (10 — 7 = 3) von dem anderen Faktor 8 — 3 = 5, setze den Rest als articulus; multipliciere die dekadischen Ergänzungen der beiden gegebenen Faktoren mit einander (10 — 7) (10 — 8) d. h. 3 . 2 = 6 und setze dies Produkt als digitus 50 + 6 = 56[1]).

1) Erläuterung. $7 \cdot 8 = (10 - 2)(10 - 3) = 100 - 20 - 30 + 6 = 80 - 30 + 6$. Das erste Glied des letzten Aggregats ist nach Unterdrückung der Null gleich dem einen gegebenen Faktor 8. Das zweite Glied ist nach Unterdrückung der Null gleich der dekadischen Ergänzung des zweiten gegebenen Faktors. Die Differenz der zwei ersten Glieder ist wegen der Null als articulus (Zehner) zu setzen. Das dritte Glied des Aggregats ist gleich dem Produkt der dekadischen Ergänzungen der gegebenen Faktoren.

Die Neunerprobe für die Multiplikation: suche die Probe für jeden Faktor, multipliciere die Proben, nimm von diesem Produkt die Probe, welche gleich sein muß der Probe des erhaltenen Produkts.

668	Probe 2	10 = Produkt aus 2 . 5, davon ist 1 die Probe.	
23	Probe 5	1	
15364	Probe 1	1	

Division. Vor Leonardo setzte man den Divisor unter, den Quotient über und den Rest neben den Dividenden. Die Multiplikation des Divisors mit der betreffenden Quotientenziffer wurde stückweise vorgenommen, mit dem größten Stück wurde begonnen.

	1	14	143	
46468	14068	1108	136	Quotient
324	324	324	324	143 Rest 136.

Leonardo, von dem die gegenwärtige Schreibweise der Brüche herrührt, läßt für die Division folgende Vorübungen vornehmen:

1/2 de	1 est	0 et remanet	1		1/3 de	1 est	0 et remanet	1
1/2 „	2 „	1 „	0		1/3 „	2 „	0 „	2
1/2 „	3 „	1 „	1		1/3 „	3 „	1 „	0
:	:	:	:		:	:	:	:
1/2 „	20 „	10 „	0		1/3 „	30 „	10 „	0

Ebenso 1/4 von 1, 2 · · · 40; 1/5 von 1, 2 · · · 50 ꝛc. bis 1/13 von 1, 2 · · · 130. Diese Vorübungen sind auf schnelle Ermittelung der einzelnen Quotientenziffern berechnet. Zur Ausführung der Division ist zu bemerken: der Dividend wird nicht getilgt, der Divisor nicht gerückt, der Quotient kommt darunter, die Reste darüber; am Ende wird der Quotient noch einmal bei Seite gesetzt. Es ist diese Methode der Anfang zu dem späteren „Übersichdividieren". Er hat seine Divisionsaufgaben gruppenweis geordnet, und jede Gruppe mit Vorübungen versehen.

```
    1
    4
 1691   11
        -- 1085
18456   17
   17
 1085
```

Nebenstehendes Beispiel gehört der zweiten Gruppe an, welche als Divisoren zweistellige Primzahlen enthält. 18456 : 17. — Die über dem Minuenden stehenden Ziffern sind die Ziffern der Reste; man muß aber von 17 stets 1 zuerst multiplicieren und das erhaltene Produkt subtrahieren.

Die erste Gruppe enthält Aufgaben mit einstelligen Divisoren; die dritte hat in Faktoren zerlegbare Divisoren, man zerlegt und dividiert nach einander. Die Vorübungen umfassen das Zerlegen der Zahlen in Faktoren und die Kennzeichen über die Teilbarkeit der Zahlen. Zum Zwecke der Division mit den Faktoren nach einander hat er eine eigentümliche Bruchdarstellung erfunden. Die bei den einzelnen Divisionen sich ergebenden Reste setzt man über den Bruchstrich, die Faktoren darunter.

Z. B. $749 : 75 = 749 : 3 \cdot 5 \cdot 5$; die erste Division $749 : 3$ ergiebt den Quotient $249\frac{2}{3}$, dieser durch 5 dividiert ergiebt $49\frac{2\;4}{3\;5}$, $\left[\frac{2\;4}{3\;5}\right.$ heißt $\left.\frac{2}{3\cdot 5}+\frac{4}{5}\right]$; die dritte Division $49\frac{2\;4}{3\;5} : 5$ ergiebt $9\frac{2\;4\;4}{3\;5\;5}$, $\left[\frac{2\;4\;4}{3\;5\;5}\right.$ heißt $\left.\frac{2}{3\cdot5\cdot5}+\frac{4}{5\cdot5}+\frac{4}{5}\right]$; also ist der Quotient $9\frac{74}{75}$.

Die technischen Ausdrücke für die in der Division vorkommenden Zahlen sind etwa folgende: dividendus, dividens, egrediens quociens; divisius und dividendus, divisor und dividens, procedens und exiens.

Die Lehre von den Brüchen. Johannes Hispalensis hat zwar noch nicht die jetzt übliche Bezeichnungsart, aber für Addition, Subtraktion und Multiplikation die gegenwärtigen Regeln; für die Division macht er die Brüche gleichnamig.

20	3	Aufgabe.
2	1	
13	3	
13	3	Ausrechnung.
39		
786	130	
6		
6		
130		

Z. B. $20\frac{2}{13} : 3\frac{1}{3}$.

Der Generalnenner ist 39; $20\frac{2}{13} = \frac{786}{39}$; $3\frac{1}{3} = \frac{130}{39}$; $786 : 130 = 6\frac{6}{130}$.

Die Multiplikationsaufgaben werden in gleicher Weise geschrieben. Der Zähler heißt numerus, der Nenner denominatio.

Leonardo führt den Bruchstrich ein und hat außer den gemeinen Brüchen auch Brüche mit mehreren Zahlen im Zähler und Nenner. (Siehe S. 42!) Er giebt eine sehr vollständige

Unterweisung in dem Rechnen mit Brüchen. Zuerst ist die Multiplikation der Brüche gelehrt. Nach derselben folgen die übrigen Spezies; dafür ist das Gleichnamigmachen der Brüche erforderlich. Den Generalnenner sucht er, indem er mit dem größten Nenner beginnt und ihn mit allen nachfolgenden multipliciert, jedoch mit Weglassung des gemeinsamen Maßes. Also $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$; $10 \cdot 9 = 90$; 90 und 8 haben 2 als Maß, folglich $90 \cdot 4 = 360$; $360 \cdot 7 = 2520$, darin sind die übrigen enthalten. Diese Methode ist jetzt wenig bekannt und geübt, ihrer Schnelligkeit wegen aber sehr zu empfehlen. Am Schlusse der Bruchrechnung ist die Zerlegung eines Bruches in eine Summe von Stammbrüchen gelehrt.

Die Wurzelausziehung. Das Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzel geschieht im wesentlichen nach der jetzigen Methode, nur benutzte man vor Erfindung der Dezimalbrüche die Sexagesimalteile. Johannes Hispalensis schließt an die Definition der Quadratwurzel die Bemerkung, daß nur Einer, Hunderter, Zehntausender zc., Sekunden, Quarten zc. Wurzeln haben, nicht aber Zehner, Tausender zc., Minuten, Tertien zc. Bedient man sich nicht der Sexagesimalteile, so berechnet man die Wurzel nur näherungsweise; man nimmt nämlich den Rest als Zähler und das Doppelte der gefundenen Ganzen als Nenner. Z. B. $\sqrt{40} = 6\frac{4}{12}$.

Um die Wurzel aus Sexagesimalteilen zu ziehen, muß alles auf die kleinste Benennung, welche gerade sein muß, gebracht werden. Z. B. $\sqrt{2^0 3' 4'' 6'''} = \sqrt{26582760''''}$. Die Wurzel hat dann die Hälfte der Benennung (der Accente) des Radikanden und ist um so genauer, je kleiner die Benennung gemacht wurde. Z. B. $\sqrt{2} = \sqrt{120'} = \sqrt{7200''} = 84' = 1^0 24'$.

Schließlich lehrt er die Ausziehung der Quadratwurzel auch nach arabischer Weise mit Anhängung einer geraden Anzahl von Nullen. Bei der Wurzel werden halb so viel Stellen abgesondert, als Nullen angehängt wurden; die übrigen bilden Grade (Ganze), die abgesonderten verwandelt man durch Multiplikation mit 60 in Minuten, Sekunden zc.

Z. B. $\sqrt{2} = \sqrt{2000000} = 1414 = 1^0$; $414 \cdot 60 = 24840$ giebt $1^0 24'$.

Leonardo verfährt bedeutend wissenschaftlicher; seine Definition lautet: „Radix cujuslibet numeri est numerus qui, cum in se multiplicatur, facit ipsum numerum." Unter den Vorbemerkungen befindet sich die vorherige Bestimmung über die Anzahl der Wurzelstellen aus der Stellenzahl des Radikanden und die Sätze über $(a + b)^2$ und $(a + b)^3$. Die Quadrate und Kuben der Einer müssen gelernt werden.

Die mathematische Wissenschaft hat sich bis zum 14. Jahrhundert bei den abendländischen Christen äußerst langsam entwickelt. Nur oberflächliche Kenntnisse waren anfangs den Griechen entlehnt und von Boëtius und seinen Nachfolgern übersetzt worden; und obgleich im 12. Jahrhundert gelehrte Kenntnisse von den Arabern durch lateinische Übersetzungen herangezogen wurden, so lag doch am Ende des 14. Jahrhunderts die mathematische Wissenschaft noch in ihrer Kindheit im Vergleich mit dem blühenden Zustande bei den Griechen und bei den Arabern. Das 14. Jahrhundert hat nicht Namen berühmter Männer zu verzeichnen und bedeutende Werke aufzuzählen, nur Reproduktionen sind zu nennen. Zwei Ursachen waren es, die im 15. Jahrhundert das mathematische Studium neu hervorriefen und wesentlich unterstützten: vor allem war es die Kenntnis der griechischen Originale, die Vervollkommnung der in hohem Ansehen stehenden Astronomie, der Optik und des zu den Entdeckungsreisen nötigen Kompaß, das Wiedererwachen der Künste, daneben aber auch der aufblühende Handel. Diese letztere Ursache ist es, welche in der Folgezeit so mächtig auf die Ausbildung und Verbreitung der elementaren Rechenkunst eingewirkt hat.

Zuerst ist die Mathematik von Paris nach Wien gebracht und von da in kurzer Zeit über ganz Deutschland verbreitet worden, und in keinem Staate Europas hat sie im 15. und 16. Jahrhundert in solcher Blüte gestanden als in Deutschland; die Hauptsitze waren Wien und Nürnberg. — An der Spitze der Wiedererneuerer stehen Georg Peurbach (starb 1461 zu Wien), welcher als vorzüglicher Astronom bekannt ist, und sein ihn übertreffender Schüler Regiomontanus[1]) (Johann

1) „Man wird beim Anblick des Verzeichnisses seiner Werke, welche die Historia matheseos von Heilbronner und die Historia astronomiae von Weidler anführen, umsomehr erstaunen, da der Verfasser in einem Alter von 40 Jahren der Wissenschaft entrissen wurde und da er während seines kurzen Lebens hauptsächlich mit astronomischen Beobachtungen und Berechnungen beschäftigt war, da er ferner 30 Jahre umfassende Ephemeriden berechnet hat, und zwar zu einer Zeit, wo dem Rechner noch die Unterstützung der Logarithmen fehlte, da er endlich ein gewandter Mechaniker war und eine Druckerei dirigierte: man wird erstaunen und begreiflich finden, daß Ramus ihn zu demselben Range erhebt, welchen die großen Genies der Griechen behaupten." Chasles S. 622.

Müller aus Königsberg in Franken). Er zeichnete sich durch Universalität seiner Kenntnisse und außerordentliche schöpferische Thätigkeit aus. Er hat zuerst die mathematischen Werke der Griechen in der Originalsprache gelesen und korrekte Übersetzungen geliefert. Außer Schriften über Trigonometrie und Algebra verfaßte er über praktische Arithmetik ein Werk unter dem Titel algorismus demonstratus, in welchem er die Regeln und Beweise durch Anwendung von Buchstabengrößen allgemein giltig zu machen sucht.

Von den Italienern ist zu nennen Lucas Pacioli aus San Sepolcro in Toskana (daher auch Lucas de Burgo sepulcri genannt), der in seiner „Summa de Arithmetica, Geometria, Proportione et Proportionalita 1494“ die ganze Summe des mathematischen Wissens seiner Zeit niedergelegt hat.

Über die Ausführung der Operationen ist zu dem bereits Dargelegten wenig hinzuzufügen, weil Fortschritte kaum zu verzeichnen sind. Bei der Addition wird die Summe bald darüber, bald darunter gesetzt. Die Subtraktion führt man „mit Dazulegen“ und „mit Entlehnen“ aus. Für die Multiplikation kennt man viele Methoden, die oben vorgeführt sind. Die Division steht am unvollkommensten da; schon die höchst nutzlose Klassifikation zeigt an, daß man einer allgemeinen Methode noch entbehrte. — Peurbach lehrt das „Übersichdividieren“.

Beispiel 59 052 : 74. Erläuterung: 74 ist in 590 siebenmal enthalten, $7 \cdot 7 = 49$; $59 - 49 = 10$; 59 durchstrichen, 10 darüber gesetzt; $7 \cdot 4 = 28$; $100 - 28 = 72$ (100 entsteht, wenn man an 10 über 59 die Null neben 59 anhängt), 100 durchstrichen, 72 darüber gesetzt. Divisor durchstrichen und eine Stelle nach rechts gerückt. Der nächste Dividend ist 725, dessen drei Stellen in drei verschiedenen Horizontalreihen stehen; 74 ist in 725 neunmal enthalten, $9 \cdot 7 = 63$; $72 - 63 = 9$; 72 gestrichen, 9 darüber gesetzt, $9 \cdot 4 = 36$; $95 - 36 = 59$; 95 gestrichen, 59 darüber gesetzt. Divisor durchstrichen und eine Stelle gerückt 2c.

5	
793	
1029	
59052	798
7444	
77	

Aus dieser umständlichen Darstellung wird es begreiflich, wenn man liest: das läßt sich viel leichter mündlich als schriftlich abmachen. — Die Unzweckmäßigkeit dieses Verfahrens hat ihren Grund in dem Übelstande, daß die Ziffern der Partialdividenden in verschiedenen Horizontalreihen stehen, wodurch leicht Verwirrung eintritt und die Entdeckung von Rechenfehlern erschwert wird. Dieser Übelstand ist auch nicht zu vermeiden, so lange man die Ziffern des Divisors einzeln multipliciert und subtrahiert. Um sich dennoch vor Fehlern zu bewahren, hat man zu dem Durchstreichen der Ziffern seine Zuflucht genommen. — Die Methode des Übersichdividierens ist trotz ihrer Mängel die gebräuchlichste, weil sie kürzer und einfacher ist als alle übrigen damals bekannten Divisionsarten und weil sie daneben auch den Vorzug der Allgemeinheit besitzt; sie behauptet sich bis ans Ende des 18. Jahrhunderts.

Die Regel der Neunerprobe für die Division ist aus der für die Multiplikation leicht herzuleiten.

Operationszeichen werden in jener Zeit noch in keiner Spezies angewendet, sie kommen mit wenigen Ausnahmen erst im 18. Jahrhundert aus der höheren Mathematik in das elementare Rechnen herüber ($+ \;-\; \cdot \;\times\; :$). Wolff und Clausberg haben $\div$ für minus. Peurbach redet zwar von plus und minus, überläßt es aber dem Rechner, bequeme Zeichen sich zu wählen.

Die technischen Ausdrücke schwanken noch lange Zeit. Die Posten heißen: termini addendi, colligendi, aggregandi, congregandi, summandi, posita; für Summe wird auch Aggregat und Collect gebraucht. Der Minuend wird integrum, numerus minuendus, superior; der Subtrahend wird subducendus, subtrahens, subtractor, inferior genannt; für Rest stehen: residuum, reliquum, differentia, Relict. In der Multiplikation und Division ist der Wechsel der Bezeichnungen weniger häufig, einige sind oben genannt worden.

Hiermit ist die Entwickelung der elementaren Arithmetik bis an die Schwelle des 16. Jahrhunderts dargelegt und damit der I. Teil abgeschlossen. Der II. Teil wird die weitere Entwickelung bis zur Gegenwart enthalten. Mit dem Anfang des 16. Jahrhunderts beginnt für die Geschichte der Arithmetik insofern ein neuer Hauptabschnitt, als von diesem Zeitpunkte ab die Elementarschulen ins Leben gerufen werden, und weil deshalb in die Geschichte der Arithmetik auch die Geschichte der Methodik für diesen Unterrichtszweig mit einfließen muß.

1. Schulnachrichten.

Kurz nach Abschluß des vorigen Jahresberichts wurde vom 15. bis 18. März die schriftliche Osterprüfung abgehalten*).

Am 22. März, dem Geburtstage Sr. Maj. des Kaisers, trat an Stelle der Unterrichtsstunden eine mit Gesang eingeleitete und geschlossene Schulfeierlichkeit. Auf Grund des Dichterwortes: „Geendigt nach langem, verderblichem Streit war die kaiserlose, die schreckliche Zeit u. s. w." legte der Unterzeichnete in einer kurzen Ansprache den Schülern die Bedeutung des Tages ans Herz und schloß mit dem innigsten Wunsche für das Wohlergehen des Heldenkaisers, des gesamten deutschen Vaterlandes und aller seiner Glieder. Den übrigen Teil dieser Feier bildeten auf die Wichtigkeit des Tages bezugnehmende Deklamationen von je einem Schüler aus jeder Klasse.

Inmitten der Vorbereitungen für die mündliche Osterprüfung, am Anfange der letzten Woche des Schuljahrs, wurde der Verfasser dieses Berichtes im Kreise seiner Kollegen von einem leichten Schlaganfalle getroffen, wodurch sich eine Unterbrechung in seiner Amtsführung notwendig machte. Wenn er auch in der Zeit von Pfingsten bis zu den Sommerferien einige Unterrichtsstunden erteilte, so war ihm doch die Aufnahme der Berufsgeschäfte im vollen Umfange erst anfangs September nach vorgängigem Gebrauch einer längeren Badekur ermöglicht. Mit dankenswertester Bereitwilligkeit

---

*) Von den Schülern der ersten Klasse wurden dabei folgende Aufgaben bearbeitet:

1. Deutscher Aufsatz: Was treibt den Menschen in die Ferne?
2. Übersetzung aus dem Deutschen in das Französische: Ein Brief Ludwigs IX. an seinen Sohn.
3. Übersetzung aus dem Deutschen in das Englische: Catharine the Heroic.
4. Aufgaben aus der Geometrie:
   1) Über einer Strecke von a cm Länge und über deren Hälften sind drei Halbkreise nach derselben Seite hin konstruiert. Es soll der Halbmesser des Kreises berechnet werden, der die drei Halbkreise berührt.
   2) Einem geraden Kreiskegel (Halbmesser des Grundkreises r, Höhe h) ist eine vierseitige regelmäßige Pyramide eingeschrieben. Um wie viel sind a) Oberfläche, b) Volumen des Kegels größer, als die gleichnamigen Stücke der Pyramide?
5. Aufgaben aus der Algebra:
   1) $$\frac{\sqrt{(1+a)\ (1+b)} - \sqrt{(1-a)\ (1-b)}}{\sqrt{(1+a)\ (1+b)} + \sqrt{(1-a)\ (1-b)}} = ?$$
   2) $(x - a + b)\ (x - a + c) = (a - b)^2 - x^2$.
   3) Zwei Männer A und B können zusammen in 18 Tagen eine Arbeit verrichten. Wie lange müßte jeder allein arbeiten, wenn B noch 15 Tage länger arbeitet als A?
6. Aufgaben aus der Physik:
   1) Der Brunnen auf der Festung Königstein ist 329,72 m tief. Wieviel Zeit wird ein Stein gebrauchen, um den Boden zu erreichen, wenn man auf den Widerstand der Luft keine Rücksicht nimmt?
   2) Um die Temperatur eines Schmelzofens zu bestimmen, legt man eine Platinkugel von 100 gr Gewicht in denselben und wirft sie, nachdem sie die Temperatur des Ofens angenommen hat, in 1000 gr Wasser. Die Temperatur desselben wird durch Aufnahme von Wärme aus dem Platin von 5° C. auf 10° erhöht. Welches ist die Temperatur des Ofens, wenn die specifische Wärme des Platins 0,033 beträgt?
   3) Wie erklärt sich die Wirksamkeit der Doppelfenster?
   4) Ein Pfeil von 1 cm Höhe befindet sich 6,5 cm weit von der Mitte eines Hohlspiegels entfernt, dessen Brennweite 4 cm beträgt; der Pfeil liegt zur Hälfte über, zur Hälfte unter der Axe. Es soll das Bild des Pfeiles konstruiert werden.

übernahmen seine Herren Kollegen die Vertretung, besonders Herr Obl. Burgkhardt, der von dem hohen Königl. Ministerium mit der Wahrnehmung der Direktorialgeschäfte betraut wurde. Der Unterzeichnete fühlt sich gedrungen, auch an dieser Stelle seinen innigen Dank auszusprechen für die zahlreichen Beweise des Wohlwollens, die ihm in dieser Zeit schwerer Heimsuchung von allen Seiten, besonders von den vorgesetzten Behörden und den Kollegen entgegengebracht worden sind.

Die mündlichen Prüfungen der unteren Klassen fanden am 28. und 29. März, die Abgangsprüfung für die 1. Klasse am 30. März statt. Der letzteren wohnte der Vorsitzende der Realschulkommission, Herr Gemeindevorstand Hetzer, bei. Auf Grund der schriftlichen Arbeiten und der mündlichen Leistungen konnten die nachverzeichneten Schüler der 1. Klasse den Berechtigungsschein für den einjährig-freiwilligen Militärdienst erhalten:

Name.	Geburtstag.	Wohnort der Eltern.	Eintritt in die hiesige Realschule.		Zukünftiger Beruf.
			Zeit.	Klasse.	
Hoffmann, Gustav Adolf	13./6. 65	Leipzig	Ostern 81	I.	Kaufmann.
Kamm, August Adolf	1./1. 65	Reudnitz	„ 79	III.	Trat in die Düsseldorfer Malerakademie ein.
Krahmer, Kurt Maximilian	2./10. 66	„	„ 77	V.	Kaufmann.
Leonhardt, Karl Paul	12./5. 66	Anger	„ 78	IV.	Buchhändler.
Lobe, Georg Wilhelm Emil	31./8. 66	Leipzig	„ 78	IV.	Kaufmann.
Müller, Gustav Arno Otto	14./7. 63	„	„ 81	I.	Trat zur Ableistung seiner Militärpflicht in die Armee ein.
Taubert, Bernhard Friedrich	27./7. 67	„	„ 77	V.	Kaufmann.
Truppel, Ernst Moritz	29./1. 68	Reudnitz	„ 78	IV.	Besucht die hiesige Realschule noch bis Ostern 83, um sich zum Eintritt in die Realschule I. O. vorzubereiten.
Wölcke, Franz Friedrich Wilhelm Karl	7./8. 65	Leipzig	„ 81	I.	Mechaniker.
Zeyßig, Johannes Max Berthold	5./5. 65	„	„ 80	II.	Kaufmann.

Der Versetzung und der Bekanntmachung der Prüfungsergebnisse beim Schlusse des Schuljahres, den 31. März, ging die feierliche Entlassung der Abgehenden voraus. Anknüpfend an das Wort des Tobias an seinen Sohn: „Sorge nur nichts, mein Sohn, wir werden viel Gutes haben, so wir Gott fürchten, die Sünde meiden und Gutes thun" ermahnte Obl. Burgkhardt die Scheidenden zur Erfüllung ihrer Pflichten gegen Gott, der sie bis hierher so gnädig geführt, gegen ihre Eltern, welche sie gepflegt und für sie gesorgt, und gegen das Vaterland, welches seine Hoffnung auf sie setze. Nach der hierauf folgenden Aushändigung der Zeugnisse richtete Kurt Krahmer aus Reudnitz im Namen der Abgehenden Worte des Dankes und des Abschiedes an die Lehrer und die zurückbleibenden Mitschüler. Aus der Mitte der letzteren erwiderte Paul Brehme (2. Kl.) den Abschiedsgruß.

Im vorigen Jahresbericht war schon erwähnt worden, daß zunächst die 3. Klasse vom neuen Schuljahre an geteilt werden sollte. Aber kurz vor Beginn des letzteren gingen die Anmeldungen noch so zahlreich ein, daß sich auch die Teilung der 4. Klasse notwendig machte. Für die beiden neuen Klassen war zunächst nur eine einzige Lehrkraft vorhanden. Für die neuerrichtete Stelle eines 6. Oberlehrers war von dem Gemeinderate der Kand. d. höh. Schulamts, Herr Richard Arno Kirmße*), gewählt worden und wurde unterm 12. April vom hohen Königl.

*) Richard Arno Kirmße wurde am 23. Dezember 1853 zu Ronneburg in S.-A. geboren. Er besuchte die Volksschule seiner Vaterstadt bis zu seiner Ostern 1868 erfolgten Konfirmation. Alsdann wurde er durch Privatunterricht für den Eintritt in das Gymnasium vorbereitet. Michaelis 1870 erfolgte seine Aufnahme in die Tertia des Herzogl. Friedrichs-Gymnasiums zu Altenburg, das er bis Ostern 1876 besuchte. Im Besitze des Maturitätszeugnisses bezog er, um sich für das höhere Schulamt vorzubereiten, die Universität Leipzig. Er widmete sich vorzugsweise germanistischen, pädagogischen und theologischen Studien. Im Juli 1880 bestand er vor der Königl. Prüfungskommission für Kandidaten des höheren Schulamtes zu Leipzig das Staatsexamen. Michaelis 1880 wurde er als Lehrer an der höheren Schulanstalt in Burgstädt angestellt. Er verließ diese Stellung im November 1881, um noch ein Semester an der Universität Leipzig Vorlesungen über theologische Disciplinen zu hören. Mitte März 1882 erwarb er sich volle facultas docendi für Religion.

Ministerium bestätigt. Dieses gestattete auch dem Kand. d. höh. Schulamts, Herrn Emil Gutjahr aus Reudnitz, einige Unterrichtsstunden an hiesiger Realschule zu übernehmen, aber dennoch mußte von dem Kollegium eine Menge von Überstunden erteilt werden. Diese durch die Vertretung für den Unterzeichneten noch vermehrte Überbürdung der Lehrer und die wegen des Mangels an Lehrkräften unerläßliche Vereinigung der Parallelklassen in vielen Fächern war ein großer Übelstand, der erst mit Beginn des Winterhalbjahrs vollständig gehoben werden konnte.

Die Aufnahmeprüfung für die neuangemeldeten Schüler fand am 17. April statt, und am folgenden Tage versammelten sich das gesamte Lehrerkollegium und die Schüler, um das neue Schuljahr mit Gesang und Gebet zu beginnen. Im Anschluß hieran führte Herr Obl. Burgkhardt in Stellvertretung des Direktors die beiden neueintretenden Kollegen, Obl. Kirmße und Kand. Gutjahr, unter den besten Segenswünschen in ihr Amt ein und hieß sie gleichzeitig im Namen des Lehrerkollegiums herzlich willkommen.

Da der Geburtstag Sr. Majestät des Königs auf einen Sonntag fiel, so konnte von der Schule dieser für jeden treuen Unterthan so wichtige Tag erst am 24. April feierlich begangen werden. In dem Festsaale der Realschule hatten sich zu diesem Zwecke auch die Spitzen der hiesigen Behörden eingefunden. Der Schülerchor leitete die Feier mit dem Gesang einer Motette ein. Hierauf hielt Herr Obl. Dr. Grüner die Festrede. „Ausgehend von der Bedeutung des Tages wies der Festredner zunächst auf die treue Anhänglichkeit des sächsischen Volkes an das angestammte Herrscherhaus hin und kennzeichnete als den Grund für diese Hingabe die weise Fürsorge der Regenten für das Wohl des Landes. In Anknüpfung hieran schilderte er nach kurzer Skizzierung der Jugendzeit und des Bildungsganges des Königs Friedrich August II. dessen Verdienste um Förderung von Kunst und Wissenschaft, gedachte dann der heilsamen Maßnahmen, die derselbe zur Belebung von Handel und Verkehr getroffen hat, und stellte endlich den auf Betrieb dieses Fürsten zu stande gekommenen Anschluß Sachsens an den von Preußen ins Leben gerufenen Zollverein als eine Anbahnung der jetzigen deutschen Verhältnisse hin. Dies gab dem Redner noch Veranlassung, an die verdienstvolle Beteiligung Sr. Maj. des Königs Albert bei der Neugestaltung des Reiches zu erinnern, worauf er mit Segenswünschen für das geliebte Oberhaupt seinen Vortrag schloß". Der Gesang der Sachsenhymne beendete die Feierlichkeit.

Bei der am 11. Mai erfolgten Grundsteinlegung zur hiesigen Kirche beteiligte sich auch die Realschule.

Am Sedantage konnte leider eine öffentliche Schulfeier wegen einer sich auch auf den Festsaal erstreckenden Reparatur des Schulgebäudes nicht abgehalten werden; es wurde jedoch der Unterricht ausgesetzt, und Herr Obl. Burgkhardt führte den im Gesangszimmer versammelten Schülern die hohe Bedeutung des 2. September als eines vaterländischen Gedenktages vor Augen, indem er ihn darstellte 1) als einen Tag der Erinnerung, 2) als einen Tag des Dankes, 3) als einen Tag der Gelübde.

Die schriftlichen Michaelisprüfungen dauerten vom 11. bis 14. September.

Ein gemeinschaftlicher Ausflug in die Umgebung konnte dieses Jahr aus verschiedenen Gründen erst am 19. September unternommen werden. Die 1. und 2. Klasse fuhr unter Leitung der Herren Kollegen Burgkhardt, Dr. Grüner und des Unterzeichneten nach Wurzen und ging über Schmölln durch den großen Polenzer Wald über Brandis nach Beucha, von wo aus die Rückfahrt erfolgte. In außerordentlich zuvorkommender Weise hatte die Betriebsoberinspektion Fahrvergünstigung gewährt, wofür wir auch hier unseren Dank aussprechen. Von den Herren Kollegen Borges und Nestler geleitet, begaben sich die beiden Parallelklassen 3^a und 3^b in die Haardt, während das Ziel der Klassen 4^a, 4^b und 5 Oetsch war, woselbst die Herren Kollegen Schöpff, Kirmße, Siegert, Forbriger und Gutjahr Bewegungsspiele aller Art ausführen ließen.

Am 22. September wurde das Sommerhalbjahr mit der Versetzung innerhalb der Klassen, Zensurverteilung und gemeinschaftlichem Gebet geschlossen.

Da das hohe Königliche Ministerium den Beschluß des löblichen Gemeinderats wegen Teilung der 4. Klasse bestätigt hatte und die Zahl der Schüler sowohl in der 3. als auch in der 4. Klasse so groß geworden war, daß eine Vereinigung der Parallelklassen in irgend welchen Fächern mit Störungen verknüpft gewesen wäre, so machte sich die Anstellung zweier neuer Lehrer notwendig,

und es erhielt Herr Friedrich August Unger*) die 7. Oberlehrerstelle, während Herrn Dr. ph. Gustav Adolph Broglé**) das Lehrfach für neuere Sprachen übertragen wurde.

Die beiden neueintretenden Kollegen wurden, nachdem am 30. September die Verpflichtung derselben erfolgt war, von dem Direktor nach der Morgenandacht zu Beginn des Winterhalbjahres, den 2. Oktober, feierlich in ihr Amt eingewiesen.

Am 16. Oktober gingen Lehrer und Schüler gemeinschaftlich zum heiligen Abendmahl.

Herrn Kaufmann Bruno Sparig, der sein Amt als Mitglied der Realschulkommission niedergelegt hatte, sprach das Lehrerkollegium durch Überreichung einer Adresse seinen Dank aus für seine unermüdliche Thätigkeit im Interesse der Realschule.

An Stelle des Herrn Sparig hatte der Gemeinderat Herrn Apotheker Dr. Willmar Schwabe in Vorschlag gebracht, der am 9. Oktober vom hohen Königlichen Ministerium als Mitglied der Realschulkommission bestätigt wurde.

Beim Schlusse dieses Berichtes sind die Anmeldungen für Ostern noch nicht abgeschlossen, und dennoch scheint es schon jetzt, als ob auch die 5. Klasse, die bereits in den früheren Jahren, vorzüglich in dem letzten, überfüllt war, nunmehr eine Teilung erfahren müßte.

---

2. Lehrbericht.

1. Klasse.

Klassenlehrer: Oberlehrer **Burgkhardt**.

Religion. 2 St. Evangelische Glaubens- und Sittenlehre: 2. Teil. Unterscheidungslehren. Überblick über die Geschichte der christlichen Kirche. Kirmße.

Deutsche Sprache. 5 St. Litteraturgeschichte: Von den Anfängen der deutschen Dichtung bis Goethe. Gelesen und erklärt: „Der Kampf mit dem Drachen", „Das Lied von der Glocke", „Der Spaziergang" und „Die Jungfrau von Orleans" von Schiller. Außerdem privatim gelesen und Referate geliefert über „Wilhelm Tell" und „Hermann und Dorothea". Stil: 10 größere deutsche Arbeiten***). Übungen im Disponieren. Das Wichtigste aus der Poetik und über die Tropen wurde im Anschluß an die Litteraturgeschichte und Lektüre behandelt. Burgkhardt.

Französische Sprache. 4 St. Aus der Schulgrammatik von Ploetz wurden behandelt: Syntax des Artikels, des Adjektivs und des Adverbs. Das Fürwort. Die wichtigsten Kapitel

*) Friedrich August Unger wurde am 5. Oktober 1851 zu Neustadt b. St. geboren, trat 1866 als Zögling in das ev. Seminar zu Bautzen und erlangte daselbst Ostern 1872 die Schulamtskandidatur. Hierauf amtierte er drei Jahre als Lehrer (in Kemnitz b. Bernstadt, Dresden und Langburkersdorf) und bezog Ostern 1875 die Universität Leipzig, um daselbst Pädagogik und die exakten Wissenschaften zu studieren. Nachdem er 1877 das Staatsexamen für das höhere Schulamt bestanden hatte, wurde er an die Realschule zu Werdau designiert. Am 1. Oktober 1882 trat er in seine jetzige Stellung.

**) Gustav Adolf Broglé, geboren den 2. März 1836 zu Lahr in Baden, besuchte daselbst das Gymnasium, sodann das Lyceum zu Rastatt, studierte nach abgelegter Abiturientenprüfung auf der Universität zu Freiburg i/B. Nach beendigtem Studium hielt er sich mehrere Jahre hintereinander, zum Zwecke der Ausbildung in den neueren Sprachen, in Frankreich und England auf und war in letzterem Lande 3½ Jahre Lehrer an der Crescent Academy, Douglas, Isle of Man. Nachdem er hierauf einige Jahre als Erzieher in fürstlichen Häusern in Österreich-Ungarn und Rußland thätig gewesen war, wurde er im Jahre 1872 an der öffentlichen Handelsschule zu Gotha als Lehrer der englischen und französischen Sprache und Handelskorrespondenz angestellt. Im Jahre 1873 promovierte er und legte in demselben Jahre seine Staatsprüfung ab. In der Stellung in Gotha, mit welcher eine mehrjährige Thätigkeit an der höheren Bürgerschule und sodann am Herz. Gymnasium daselbst verbunden war, verblieb er bis Ende September 1882.

***) 1. Was hat man zu beobachten, um gute deutsche Arbeiten zu fertigen? — 2. Der Mensch gleicht einem Baume. — 3. Die Jahreszeiten — vier Reisende. — 4. Der erste Gesang in „Hermann und Dorothea". — 5. Die verschiedenen Arten, anderen seine Gedanken mitzuteilen. — 6. Wodurch entstehen Veränderungen auf der Erdoberfläche? (Prüfungsarbeit). — 7. Die lebensgefährlichen Berufsarten. — 8. Das Lied von der Glocke. — 9. Schuld und Sühne der Jungfrau von Orleans nach Schiller. — 10. Warum ist uns Afrika weniger bekannt als Asien?

aus der ganzen Grammatik wurden wiederholt. 19 Reinschriften. Lektüre: Schwerere prosaische und poetische Stücke aus Herrig et Burguy, La France littéraire. Burgkhardt.

Englische Sprache. 4 St. Grammatik: Gebrauch des Artikels, des Plurals der Substantive, der Kasus, der Adjektive, Pronomen und Präpositionen. Die Lehre vom zusammengesetzten Satze. (Lehrbuch: Kades Anleitung § 195—331.) Lektüre: Abschnitte aus Macaulays und Sheridans Schriften nach Herrig, British Auth. 18 Arbeiten. Daneben mehrere Extemporalien. Dr. Grüner.

Geschichte. 2 St. Von der Reformation bis zur Wiederaufrichtung des deutschen Kaisertums. Kurze Repetition der Geschichte des Altertums und des Mittelalters. (Lehrbuch: Weltgeschichte von Spieß und Berlet 1. und 2. Kursus.) Dr. Grüner.

Geographie. 2 St. Mathematische Geographie. Europa im allgemeinen. Das außerdeutsche Europa mit Berücksichtigung der Kolonien. Burgkhardt.

Geometrie. 3 St. Kreislehre. (Lehrb.: Schlömilch, Geom. d. Maßes I.) Stereometrie: Gerade und Ebenen im Raume. Prismatische und pyramidale Vielkante. Prismen und Pyramiden. Cylinderfläche. Cylinder. Kegelfläche. Kegel. Kugel. (Lehrbuch: Schwarz, Stereometrie.) Dr. Heubner.

Geometrisches Zeichnen. 2 St. Konstruktion von Ovalen, Eilinien, Ellipse, Parabel, Hyperbel. Grundriß, Aufriß und Seitenansicht von Punkten, Strecken, ebenen Figuren und Körpern in den verschiedensten Lagen. Dr. Heubner.

Algebra. 2 St. Potenzen und Wurzeln; lineare Gleichungen mit mehreren und quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten; das Wichtigste von den Logarithmen. 9 größere häusliche Arbeiten. (Lehrbuch: Bardey, Aufgabensammlung.) Borges.

Rechnen. 1 St. Direkte Wechselreduktionen, Fakturen und einfache Kalkulationen. 9 größere häusliche Arbeiten. (Lehrbuch: Löwe, Aufgaben zum kaufmännischen Rechnen. 3. Teil.) Borges.

Physik. 2. St. Optik, Wärmelehre und Akustik. (Lehrbuch: Dorner, Grundzüge der Physik.) Borges.

Chemie. 2 St. Behandelt wurden die wichtigsten Elemente, Oxyde, Sulphide und Salze aus der anorganischen Chemie mit Berücksichtigung der als Mineralien bedeutenden oder technisch wichtigsten Verbindungen zum Zwecke der Einführung in das Verständnis chemischer Vorgänge. Nach Bänitz, Lehrbuch der Chemie. Nestler.

Mineralogie. 1 St. Die wichtigsten Mineralien und Gesteine in chemischer Anordnung. Dabei wurden gelegentlich die krystallographischen, physikalischen und chemischen Eigenschaften erörtert und am Schlusse systematisch zusammengestellt. Zeitweise in Vereinigung mit der Chemie. (Nach Pokorny, Illustrierte Naturgeschichte des Mineralreiches.) Nestler.

Freihandzeichnen. 2 St. Zeichnen nach Gipsmodellen. Borges.

Singen. Sämtliche Schüler der 1. Klasse mußten von den Übungen im Gesang befreit werden.

Turnen. 2 St. (1 St. mit der 2. Klasse vereinigt.) Schwenkungen; Inreihensetzen und Abbrechen; Herstellung des 2- und 3gliedrigen Zuges; Öffnen der Reihen und Rotten; Übungen im Marsch und Lauf. Schwerere Frei-, Hantel- und Stabübungen; Übungsfolgen. Freispringen. Schwerere Schwung-, Sprung- und Stützübungen am Bock und Pferd, an Barren, Reck und Schaukelringen. Gesellschaftsübungen. (Nach Maul, Anleitung für den Turnunterricht in Knabenschulen.) Nestler.

2. Klasse.

Klassenlehrer: Oberlehrer Dr. Grüner.

Religion. 2 St. Evangelische Glaubens- und Sittenlehre: 1. Teil. Die Reden Jesu eingehend erklärt. Kurzgefaßte Bibelkunde. Repetition des Kirchenjahres. Kirmße.

Deutsche Sprache. 4 St. Grammatik: Die Periode. Kurze Repetition der Satzlehre. Stil: Anleitung zum Disponieren. Betrachtungen, Vergleichungen und kleinere Abhandlungen

nach vorausentwickelter Disposition (13 Arbeiten*)). Lektüre: Erklärung von Gedichten und Prosastücken aus dem Lesebuch von Geerling 2. und 3. Teil. Im Anschlusse hieran die hauptsächlichsten Formen und Gattungen der deutschen Dichtung behandelt. Deklamierübungen. Dr. Grüner.

Französische Sprache. 5 St. Formenlehre des Substantivs, Adjektivs, Adverbs, Zahlwortes und der Präpositionen. Wortstellung. Die Tempus- und Moduslehre. Alle 14 Tage eine Reinschrift. Lektüre: Gedichte und Prosastücke aus Herrig et Burguy, La France littéraire. Burgkhardt.

Englische Sprache. 4 St. Grammatik: Die Lehre von den Redeteilen und der Biegung mit besonderer Berücksichtigung der unregelmäßigen Zeitwörter. Lehrbuch: Kades Anleitung § 1—190. Lektüre: Stücke aus Lüdecking, Englisches Lesebuch. 1. Teil. 18 Arbeiten. Daneben Extemporalien. Dr. Grüner.

Geschichte. 2 St. Von der Völkerwanderung bis zur Reformation unter besonderer Berücksichtigung der deutschen Geschichte. Kurze Repetition der Geschichte des Altertums. Lehrbuch: Weltgeschichte von Spieß und Berlet 1. und 2. Kursus. Dr. Grüner.

Geographie. 2 St. Die Erdoberfläche (Wasser, Land, Atmosphäre) im allgemeinen. Mitteleuropa in physikalischer Beziehung. Deutschland mit Berücksichtigung von Handel, Wissenschaft und Industrie. Burgkhardt.

Geometrie. 3 St. Wiederholung der Anfangsgründe der Planimetrie. Kongruenz, Flächenvergleichung und Ähnlichkeit geradliniger Figuren. (Nach Schlömilch, Geometrie des Maßes I.) Dr. Heubner.

Geometrisches Zeichnen. 1 St. Flachmuster. Regelmäßige Vielecke. Dr. Heubner.

Algebra. 2 St. Die ersten vier Grundrechnungsarten mit ein- und mehrgliedrigen Aggregaten. Gleichungen des 1. Grades mit einer Unbekannten. (Nach Bardey, Lehrbuch der Arithmetik.) Im Sommer: Borges, im Winter: Dr. Heubner.

Rechnen. 2 St. Prozent-, Zins-, Zinseszins- und Diskontrechnung. (Löwe, Aufg. z. kaufm. Rechnen. 2. Teil.) Im Sommer: Borges, im Winter: Unger.

Physik. 2 St. Magnetismus, Elektricität und Wärmelehre. (Lehrbuch: Dorner, Grundzüge der Physik.) Borges.

Naturgeschichte. Sommerhalbjahr 1 St. Botanik: Anatomie und Physiologie der Pflanzen. Niedere Pflanzen. Winterhalbjahr 2 St.: Zoologie (niedere Tiere) und gedrängte Behandlung der Anthropologie. (Nach Pokorny, Illustr. Naturg. des Tierreichs.) Nestler.

Freihandzeichnen. 2 St. Zeichnen nach Stabmodellen und einfachen Körpern; im Anschluß empirische Darstellung der wichtigsten perspektivischen Gesetze; Naturzeichnen. Borges.

Singen. 2 St. Chorgesang 1 St.: Vortrag von 10 dreistimmigen Volksliedern und Motetten. Klassengesang 1 St. Wiederholung der gelernten Choräle und Volkslieder. Vorzüglich Übungen im Solosingen. Forbriger.

Turnen. 2 St. (1 St. mit der 1. Klasse vereinigt.) Schrägmarsch; Schwenken größerer Reihen; Inreihensetzen und Abbrechen; Wechsel verschiedener Gangarten. Stab- und Hantelübungen mit Rumpf- und Beinübungen. Frei- und Sturmspringen; Übungen an Bock, Barren, Reck, Kletterstangen und Tauen. Gesellschaftsübungen. (Nach Maul, Anleitung u. s. w.) Nestler.

---

*) 1) Der Einfluß des Waldes auf die physikalische Beschaffenheit der Länder (genau vorbereitet). 2) Ein Gemälde, frei entworfen nach Uhlands Gedicht: „Des Sängers Fluch". 3) Der Wald, eine Quelle unseres Wohlstandes durch seinen Holzreichtum. 4) Beschreibung einer Ferienreise. 5) Auch ein kleiner Fluß kann ein Wohlthäter für eine Landschaft sein. 6) Der Nutzen der Eisenbahnen (Prüfungsarbeit). 7) Die verderblichen Folgen des Krieges. 8) Eine Übersetzung aus dem Englischen. 9) Welches sind die Pflichten eines Schülers? 10) Gedankengang in Schillers Gedicht: „Der Taucher". 11) Der Fluß, ein Bild des Menschenlebens. 12) Was können wir zur Erhaltung und Stärkung unserer Gesundheit thun? 13) Welches sind die segensreichen Folgen der Erfindungen am Ausgange des Mittelalters? (Prüfungsarbeit.)

3a. Klasse.

Klassenlehrer: Oberlehrer **Borges**.

Religion. 3 St. 2 St. Wiederholung des 1. und 2. Artikels, eingehende Erklärung des 3. Artikels, Memorieren und Erklären des 3., 4. und 5. Hauptstückes. 1 St. Wiederholung und Fortsetzung der biblischen Geschichte des Neuen Testamentes im Anschluß an die Lektüre des Evangeliums des Matthäus und der Apostelgeschichte. Das Kirchenjahr. 8 Kirchenlieder und die einschlagenden Bibelsprüche wurden gelernt. (Im Sommer mit Klasse 3b vereinigt.) Kirmße.

Deutsche Sprache. Repetition der Satzlehre aus dem Pensum der 4. Kl.; der zusammengezogene Satz, Satzverbindung und Satzgefüge; unregelmäßige Verben, Geschlecht des Hauptwortes, Adverbien, Präpositionen, Konjunktionen; Umlaut, Ablaut, Verwandlung der Konsonanten, Wortfamilien (nach Panitz, Leitfaden, 4. Kreis). Repetition der Regeln über Rechtschreibung. Lesen und Erklären von Prosastücken und Gedichten nach Geerling, 2. Teil. Deklamierübungen. Alle 3 Wochen 1 Diktat und 1 Aufsatz (13 Arbeiten*). Kirmße.

Französische Sprache. 5 St. Orthographische Eigentümlichkeiten einiger regelmäßigen Zeitwörter. Unregelmäßige Zeitwörter nach der Schulgrammatik von Plötz, Lektion 1—20. Lektüre: Leichtere Prosastücke und Gedichte aus dem Lesebuch für höhere Lehranstalten von J. Wershoven wurden übersetzt und memoriert. Alle 14 Tage eine Reinschrift. Im Sommer: Burgkhardt, im Winter: Dr. Broglé.

Englische Sprache. 4 St. Die wichtigsten Regeln über Aussprache, Deklination und Konjugation, Adjektiv, Substantiv und Pronomen Lektion 1—29 nach dem Lehrgang der englischen Sprache von Deutschbein. Aus dem der Grammatik beigefügten Lesebuche wurden einige leichtere Stücke übersetzt und memoriert. Alle 14 Tage eine Reinschrift. Im Sommer: Dr. Grüner, im Winter: Dr. Broglé.

Geschichte. 2 St. Überblick über die alte Geschichte der orientalischen Völker. Eingehende Behandlung der griechischen und römischen Geschichte. (Lehrbuch: Weltgeschichte von Spieß und Berlet 1. und 2. Kursus.) Dr. Grüner.

Geographie. 2 St. Die 5 Ozeane mit ihren Strömungen. Asien, Afrika, Australien und Amerika. Im Sommer: Schöpff, im Winter: Burgkhardt.

Geometrie. 2 St. Entwicklung der elementaren stereometrischen und planimetrischen Grundbegriffe. Einteilung, Haupteigenschaften und Flächenberechnung der Drei- und Vierecke; Kongruenz der Dreiecke. Borges.

Rechnen. 4 St. Wiederholung der Bruchrechnung. Multiplikation und Division mit abgekürzten Dezimalbrüchen. Regel de tri. Kettenregel. Mischungsrechnung. Die einfachsten Fälle aus der Zinsrechnung. (Löwe, Aufg. z. kaufm. Rechnen. 1. und 2. Teil.) Im Sommer: Nestler, im Winter: Unger.

Naturgeschichte. 2 St. Sommerhalbjahr, Botanik: Systematische Behandlung der Phanerogamen mit besonderer Berücksichtigung der Kulturpflanzen. Winterhalbjahr, Zoologie: Fische, Insekten. (Nach Pokorny, Illustrierte Naturgeschichte des Pflanzenreiches und Illustrierte Naturgeschichte des Tierreiches.) Nestler.

Schreiben. 1 St. Postarbeiten nach Otto, Postheft. Rundschrift nach Sönnecken. Im Sommer: Schöpff, im Winter: Unger.

Freihandzeichnen. 2 St. Einzelzeichnen nach Vorlagen von Herdtle und Wendler, Übungen im Gebrauch der Farbe. Borges.

---

*) König Friedrich und sein Nachbar (gedrängte Darstellung). — Die Feier der Grundsteinlegung zur neuen Kirche in Reudnitz (2 Arbeiten). — Was bemerken wir am Erdglobus? — Beschreibung eines Ferientages (Brief). — Die Leipziger Messe (Prüfungsarbeit). — Inhaltsangabe des Gedichtes: „Das Lied vom braven Mann" (gedrängte Darstellung). — Die Thätigkeit des Landmannes. — Die Kartoffel. — Diebstahlsanzeige. — Wiege und Sarg. — Das Leben auf der Eisbahn. — Die Wüste und das Meer.

Singen. 2 St. Chorgesang 1 St. mit der 2. Klasse. 1 St. Klassengesang: Wiederholung der gelernten Choräle und Volkslieder. 10 dreistimmige Volkslieder wurden neu eingeübt. Forbriger.

Turnen. 2 St. Frei- und Ordnungsübungen wurden in Gruppen zusammengefaßt. Fortsetzung der Hantel- und Eisenstabübungen. Schwierigere Übungen an Barren, Reck, Bock, Tau, Ringen und Klettergerüst. Pferd- und Bockspringen im vollen Umfange, sowie öftere Benutzung der Springkästen. Treutler.

3b. Klasse.

Klassenlehrer: Oberlehrer **Nestler.**

Religion. 3 St. Wie in der 3^a Klasse. (Im Sommer mit der 3^a Klasse vereinigt.) Kirmße.

Deutsche Sprache. 5 St. Übungen im Lesen, Nacherzählen, Memorieren und Deklamieren mit besonderer Hervorhebung der Dispositionen der behandelten Stücke. Wiederholung der Formen- und Wortbildungslehre. Die Lehre vom zusammengesetzten Satze. Erzählungen, Beschreibungen, Briefe u. s. w. 15 schriftliche Arbeiten*), 20 Diktate. (Geerling, Deutsches Lesebuch, 2. Teil. Panitz, Leitfaden der Grammatik, 1. bis 5. Kreis.) Schöpff.

Französische Sprache. 5 St. Die unregelmäßigen Verben bis Lektion 20 der Schulgrammatik von Ploetz. Alle 14 Tage eine Reinschrift, bez. Extemporale. Lektüre: Kleinere Prosastücke und Gedichte wurden aus Wershoven gelesen und teilweise gelernt. Siegert.

Englische Sprache. 4 St. Einübung der Aussprache, Elemente der Formenlehre nach Deutschbein, Lehrgang der englischen Sprache, Lektion 1—27. 25 Reinschriften. Siegert.

Geschichte. 2 St. Wie in der 3^a Klasse. Dr. Grüner.

Geographie. 2 St. Die außereuropäischen Erdteile nach Pütz, Lehrbuch der vergleichenden Erdkunde. Angabe der wichtigsten Produkte, Industrieerzeugnisse, Aus- und Einfuhrartikel der einzelnen Länder. Im Sommer: Schöpff, im Winter: Dr. Broglé.

Geometrie. 2 St. Wie in der 3^a Klasse. (Im Sommerhalbjahr mit der 3^a Klasse vereinigt.) Im Sommer: Borges, im Winter: Dr. Heubner.

Rechnen. 4 St. Wie in der 3^a Klasse. Im Sommer: Nestler, im Winter: Unger.

Naturgeschichte. 2 St. Wie in der 3^a Klasse. Nestler.

Schreiben. 1 St. Wie in der 3^a Klasse. Im Sommer: Schöpff, im Winter: Unger.

Zeichnen. 2 St. Einzelzeichnen. Übungen im Kopieren von Vorlagen von Herdtle, Kolb und Wendler. Übungen im Tuschen. Im Sommer: Borges, im Winter: Unger.

Singen. 2 St. Mit der 3^a Klasse vereinigt. Forbriger.

Turnen. 2 St. Ziehen; Schwenken mit Rückwärtsgehen und um die Mitte; Staffeln und Öffnen von der Mitte; Reihungen der Paare. Stab- und Hantelübungen. Übungen an den schrägen Leitern, Kletterstangen und Tauen, an Barren, Reck, Bock und Pferd. Nach Maul, Anleitung u. s. w. Nestler.

4a. Klasse.

Klassenlehrer: Oberlehrer **Siegert.**

Religion. 3 St. 2 Stunden biblische Geschichte des Neuen Testamentes mit Berücksichtigung der Geographie von Palästina. 1 Stunde ausführliche Repetition des 1. Hauptstückes, Memorieren des 2. Hauptstückes und Erklärung des 1. und 2. Artikels. Gelernt wurden 7 Kirchenlieder und die einschlagenden Bibelsprüche. (Im Sommer mit der 4^b Klasse vereinigt.) Kirmße.

---

*) 1. Das Schloß Boncourt. 2. Kolumbus. 3. Der Hafer. 4. Die Ziege. 5. Leipzig. 6. Der Frosch. 7. Das Leben und Treiben auf dem Bahnhofe. 8. Die Leipziger Messe. 9. Gold und Eisen. 10. Die Freuden und Leiden des Winters. 11. Der Graf von Habsburg. 12. Die Thätigkeiten des Landmannes in den verschiedenen Jahreszeiten. 13. Die Sedanfeier in Leipzig. 14. Mein erster Ausflug. 15. Anfertigung von Gesuchen an Behörden, Geschäftsbriefen und eines Lebenslaufes.

Deutsche Sprache. 6 St. a. Grammatik: Wiederholung des Pensums der 5. Kl. mit besonderer Berücksichtigung der Wortbildungslehre und der Präpositionen. Konjugation, Deklination, Pronomina, Objekte (nach Panitz, Kreis III). 2 St. b. Lektüre: Erklärung von Gedichten und Prosastücken aus Geerling 2. Teil. 10 Gedichte und Prosastücke wurden gelernt. 2 St. c. Schriftliche Arbeiten: Wöchentlich 1 Diktat zur Einübung der neuen Rechtschreibung. Alle 14 Tage 1 Aufsatz, meist Erzählungen. 2 St. Siegert.

Französische Sprache. 7 St. Wiederholung von avoir und être und der regelmäßigen Konjugation, article partitif, unregelmäßige Pluralbildung; Adjektiv und Adverb und Steigerung derselben; persönliche, besitzanzeigende, hinweisende und fragende Fürwörter; Zahlwörter nach Wittstock, Sprachlehre II. Die dem Lehrbuche angefügten Lesestücke meist gelesen und zum Teil gelernt. Wöchentlich eine Reinschrift oder ein Extemporale. Siegert.

Geschichte. 2 St. Biographien aus der deutschen Geschichte des Mittelalters und der Neuzeit, mit besonderer Berücksichtigung des Reformationszeitalters nach Spieß und Berlet I. Im Sommer: Dr. Grüner, im Winter: Siegert.

Geographie. 2 St. Im Sommer: Wiederholung und Erweiterung der geographischen Grundbegriffe. Schöpff.
Im Winter: Die Länder Europas außer Deutschland. Burgkhardt.

Rechnen. 4 St. Wiederholung des Pensums der 5. Klasse. Bruchrechnen. Die Lehre von den Decimalbrüchen. 20 schriftliche Arbeiten. Schöpff.

Naturgeschichte. 2 St. Sommerhalbjahr, Botanik: Wiederholung und Erweiterung der Morphologie durch Betrachtung von Pflanzenfamilien. Übungen im Bestimmen nach dem Linnéschen System. Winterhalbjahr, Zoologie: Säugetiere und Vögel. Nach Wünsche, Flora von Sachsen, und Pokorny. Nestler.

Schreiben. 2 St. Das große und kleine Alphabet in deutscher Kurrent- und lateinischer Cursivschrift. Hoffmannsche Hefte, Formular 5 und 6. Im Sommer: Burgkhardt, im Winter: Schöpff.

Zeichnen. 2 St. Massenzeichnen. Einübung der Kreisbögen, Ellipse, Spirale und anderer, nichtkreisförmiger Linien durch Darstellung von ornamentalen Figuren. Im Sommer: Borges, im Winter: Unger.

Singen. 2 St. 1 St. Chorgesang. Siehe 2. Klasse. 1 St. Einzelgesang. Regeln über das Atmen. Das Notenschreiben. Treffübungen. Wiederholung des Dagewesenen. 18 Choräle und 6 Volkslieder neu hinzu. Forbriger.

Turnen. 2 St. Zusammengesetztere Frei- und Ordnungsübungen mit und ohne Benutzung leichter Eisenstäbe (à 2½ kg) und Hanteln (à 1 kg). Auf die leichteren Schwing- und Streckübungen an Barren, Reck, Bock, Tau, Ringen und Klettergerüst folgten schwierigere an denselben Geräten. Neu hinzu kamen in dieser Klasse Übungen an Pferd und Springkasten. Treutler.

4b. Klasse.

Klassenlehrer: Oberlehrer **Kirmße.**

Religion. 3 St. Wie in der 4ª Klasse. (Im Sommer mit der 4ª Klasse vereinigt.) Kirmße.

Deutsche Sprache. 6 St. a. Grammatik: Wiederholung des Pensums der 5. Kl. Konjugation, Deklination, Pronomina, Satzlehre nach Panitz, Kreis III. Rechtschreibung: Die Regeln §§ 1—30 wurden besprochen und gelernt. 2 St. b. Lektüre: Erklärung von Gedichten und Prosastücken nach Geerling 2. Teil. Eine Anzahl derselben wurden gelernt. 2 St. c. Schriftliche Arbeiten: Wöchentlich 1 Diktat zur Einübung der Rechtschreibung. Alle 14 Tage wurde 1 Aufsatz gefertigt. 2 St. Gutjahr.

Französische Sprache. 7 St. Wiederholung von avoir und être und der regelmäßigen Konjugation; article partitif, Adjektiv und Adverb und Steigerung derselben. Persönliche, besitzanzeigende, hinweisende, bezügliche und fragende Fürwörter; Grund- und Ordnungszahlen nach Wittstock, Sprachlehre II. Einige dem Lehrbuch beigegebene Lesestücke wurden übersetzt und memoriert. Wöchentlich eine Reinschrift. Im Sommer: Schöpff, im Winter: Dr. Broglé.

Geschichte. 2 St. Biographien aus der Geschichte des Mittelalters und der neueren Zeit mit besonderer Berücksichtigung Deutschlands. Lehrbuch: Weltgeschichte von Spieß und Berlet. 1. Kursus. Dr. Grüner.

Geographie. 2 St. Wiederholung und Erweiterung der geographischen Grundbegriffe. Allgemeine Schilderung Europas und dessen politischer Einteilung. Kartenzeichnen. Sydow, Schulatlas. Pütz, Leitfd. d. vergl. Erdbeschreibung. Schöpff.

Rechnen. 4 St. Wie in der 4ª Klasse. Im Sommer: Nestler, im Winter: Schöpff.

Naturgeschichte. 2 St. Wie in der 4ª Klasse. Nestler.

Schreiben. 2 St. Wie in der 4ª Klasse. Schöpff.

Zeichnen. 2 St. Wie in der 4ª Klasse. Im Sommer: Borges, im Winter: Unger.

Singen. 2 St. Mit der 4ª Klasse vereinigt. Forbriger.

Turnen. 2 St. Reihungen; Schwenken in Zweier- und Vierer-Reihen; Wechsel von Gehen und Laufen, Drehungen in Marsch und Lauf; Staffeln. Freiübungen mit und ohne Hanteln und Stäben. Grätsche über den Bock, Schwingen, Stützeln, Grätschsitzwechsel rc. am Barren, Hangeln am Reck. Schräge Leitern, Kletterstangen und Taue. Spiele. Reigen. (Nach Maul, Anleitung.) Nestler.

5. Klasse.

Klassenlehrer: Oberlehrer **Schöpff.**

Religion. 3 St. 2 St. biblische Geschichte des Alten Testamentes mit Berücksichtigung der Geographie von Palästina. 1 St. Memorieren des 1. Hauptstückes und Erklärung desselben. Gelernt wurden 7 Kirchenlieder und die einschlagenden Bibelsprüche. Kirmße.

Deutsche Sprache. 6 St. Grammatik: Der einfache Satz, die Wortarten, die Deklination der Hauptwörter, Fürwörter und Eigenschaftswörter, nach Panitz, Leitfaden I u. II. Orthographie: Die auswendig gelernten Stücke wurden aus dem Gedächtnisse niedergeschrieben; einige orthographische Regeln im Anschluß an die Laut- und Wortbildungslehre in Panitz, Leitfaden I. 28 freie Niederschriften und Diktate. Stil: Schriftliche Wiedergabe und Nachbildungen von kleinen Erzählungen, besonders Fabeln. 28 Reinschriften. Lesen und Recitieren: Für das kursorische Lesen wurden Märchen, Sagen und geschichtliche Erzählungen des Lesebuchs verwendet. 4 Fabeln in Prosa und 10 Gedichte aus Geerling, deutsches Lesebuch I, wurden erklärt, gelernt und deklamiert. Borges.

Französische Sprache. 6 St. Aussprache, Deklination, avoir und être, regelmäßige Konjugation nach Wittstock, Sprachlehre I. Aus Exercices et Lectures par H. Rufer, 1re partie, wurden geeignete Stücke gelesen und memoriert. Wöchentlich eine Reinschrift.
Im Sommer: Kirmße, im Winter: Dr. Broglé.

Geschichte. 2 St. Geschichtsbilder aus dem Altertum, nach Spieß und Berlet, Weltgeschichte in Biographien 1. Kursus. Im Sommer: Dr. Grüner, im Winter: Borges.

Geographie. 2 St. Bis Pfingsten Heimatskunde, sodann Geographie des Königreichs Sachsen. Geographische Grundbegriffe. Von Weihnachten ab Geographie Deutschlands. Kartenlesen und Kartenzeichnen. (Friedemann, Karte von Sachsen. Sydow, Schulatlas. Pütz, Leitfd. d. vergleichend. Erdbeschr.) Schöpff.

Rechnen. 4 St. Die vier Species mit unbenannten und benannten ganzen Zahlen. Einübung der Münzen, Maße und Gewichte. (Berthelt, Rechenschule Heft III—V.)
Im Sommer: Schöpff, im Winter: Unger.

Naturgeschichte. 2 St. Sommerhalbjahr Botanik: Betrachtung einheimischer Pflanzen zum Zwecke der Gewinnung botanischer Grundbegriffe. Anleitung zur Anlegung eines Herbariums. Winterhalbjahr: Die wichtigsten Organe des menschlichen Körpers. Die ersten 7 Ordnungen der Säugetiere. Nach Pokorny, Illustrierte Naturgesch. des Tierreichs.
Nestler.

Schreiben. 3 St. Die kleinen und großen Buchstaben des deutschen und lateinischen Alphabets. Schreiben von Wörtern. Hoffmannsche Hefte, Formular 5 und 6. Schöpff.

Zeichnen. 2 St. Massenzeichnen. Einübung der geraden Linie und Teilung von Strecken durch Darstellung von geradlinigen ornamentalen Figuren. Einübung des Kreises.
Im Sommer: Nestler, im Winter: Unger.

Singen. 2 St. Bildung des Gehörs und Unterweisung im Hervorbringen der Töne. Übungen im Nachsingen. Kenntnis der Noten und sonstiger musikalischer Zeichen, sowie der Taktarten. 20 Choräle einstimmig. 10 Volkslieder ein-, zwei- und dreistimmig.
Forbriger.

Turnen. 2 St. Aufstellung, Richtung, Einteilung; Gehen und Laufen; Umkehren in Gang und Lauf; Seit- und Rückwärtsgehen. Arm-, Rumpf- und Beinübungen. Laufen durch's Schwungseil. Schwebekanten; Freisprung; Übungen an Sturmbrett, Kletterstangen und Tauen (gelegentlich). Leichte Übungen an Reck, Barren und schrägen Leitern; Bock (gelegentlich). Spiele. (Nach Maul, Anleitung.) Nestler.

---

3. Lehrmittel.

1. **Lehrerbibliothek.** (Bibliothekar: Obl. Dr. **Grüner**; seit Weihnachten: Obl. **Kirmße**.)

a) Es wurden **angekauft:**

Handbuch der Schulstatistik für das Königreich Sachsen. 12. Ausg. Dresden 1882. — Lehrpläne für die höheren Schulen Preußens. Berlin 1882. — Lehr- und Prüfungsordnung für die Königl. Sächs. Gymnasien. Dresden 1882. — Weineck, Rhetorik der Volksschul-Gelegenheitsrede. Leipzig 1875. — Zuck, Schulandachten. Magdeburg 1881. — Erbach, Evangelische Schulandachten. Düsseldorf. — Theden, Führer durch die Jugendlitteratur. Hamburg 1883. — Tschache, Wörterbuch der richtigen Aussprache fremder Eigennamen. Breslau 1865. — Dunger, Wörterbuch von Verdeutschungen entbehrlicher Fremdwörter. Leipzig 1882. — Rufer, Exercices et lectures. I. partie. Bern 1882. — Zippel-Bollmann, Repräsentanten einheimischer Pflanzenfamilien (Kryptogamen). Braunschweig 1879. — Leuckart, Allgemeine Naturgeschichte der Parasiten. Leipzig und Heidelberg 1879. — Leunis, Synopsis der 3 Naturreiche. I. Teil: Zoologie. 1. Band. 1. Abt. Hannover 1883. — Wendler, Farbige Flachornamente für das Schulzeichnen. 36 Blätter. Leipzig 1881. — Schuberth, Elemente des geometrischen Zeichnens, nebst 30 Tafeln (koloriert). Miltenberg. — Schwarz, Lehrbuch der Stereometrie. Leipzig 1881. — Gut, Das Linearzeichnen. 2 Hefte. Gera. — Generalstabskarte von Sachsen, 2 Sektionen. Leipzig 1881. — Herdtle u. Biermann, Schule des Musterzeichnens, 36 Tafeln, nebst Kolb, Kolorier-Schule, 12 Tafeln. Stuttgart und Leipzig. — Krause, Projektionslehre. 1. Teil: Elemente der Projektionslehre. Berlin. — Strack, Centralorgan f. d. Int. d. Realschulwesens. Jahrg. 1882. — Weiske, Zeitung f. d. höh. Unterrichtswesen. Jahrg. 1882. — Sering, Notentabellen. Berlin.

Außerdem lagen im Konferenzzimmer die betr. Nummern der folg. Zeitschriften aus einem wissenschaftl. Journal-Lesezirkel je eine Woche lang aus: Aus allen Weltteilen. — Globus. — Ausland. — Natur. — Litterarisches Centralblatt. — Litteraturzeitung. — Blätter für litterar. Unterhaltung. — Magazin für die Litteratur des Auslandes. — Göttinger gel. Anzeigen. — Neue Jahrbücher f. Philologie u. Pädagogik. — Zeitschrift für Philosophie. — Revue des deux mondes — u. s. w.

b) **Geschenke:**

Von dem hohen Königl. Ministerium des Kultus und öffentlichen Unterrichts in Dresden: 18 Dissertationen.

Von der J. M. Gebhardt'schen Verlagsbuchhandlung (Leopold Gebhardt) in Leipzig: Schwarz, Vorzeichnungen zu den körperlichen Beweisfiguren. — Scheffers, Architektonische Formenschule. Bd. 1—3. 1876. 79. 80. — Dietzel, Leitfaden für den Unterricht im technischen Zeichnen. 4 Hefte. 1875. 76. 79. — Dietzel, Elemente der Projektionslehre. 4. Aufl. 1876. — Hummel, Handbuch der Erdkunde. 1. Band. 1876. — Moltke, Shakespeares ausgewählte dramatische Werke. Deutsche Volksausgabe. 6 Bände. — Fornasari, Anleitung zur Erlernung der ital.

Sprache. 27. Aufl. — A. de Filippi, Italienisches Lesebuch. 7. Aufl. — A. de Filippi, Prakt. Lehrgang zur Erlernung der ital. Sprache. 2 Bde. 22. bez. 15. Aufl. — A. de Filippi, Erster Unterricht zur Erlernung der ital. Sprache. 1865. — Nigris, Prakt. Schule der ital. Sprache. 1849.

Von der Verlagsbuchhandlung B. G. Teubner in Leipzig: Charles Brandon, Vorschule für die französ. Conversation. 4. Aufl. 1878. — G. van Hees, Übungsschule zum Französisch-Sprechen. 1869. — Cholevius, Prakt. Anleitung zur Abfassung deutscher Aufsätze. 1878. — Cholevius, Dispositionen und Materialien zu deutschen Aufsätzen. 2 Bde. 1879. 80. — Jastram, Lebensbilder aus der Kulturgeschichte. 1875. — Zurborg, 100 Themata für deutsche Aufsätze. 1881. — Banes, Guide to English Conversation. 4. Aufl. 1877. — Fritsche, Quellenbuch zur Geschichte des deutschen Mittelalters. 1873. — Reishaus, Vorschule zur Geometrie. 2 Abteilungen. 1879. — Wünsche, Die Pilze. 1877. — Kräpelin, Exkursionsflora für Nord- und Mitteldeutschland. 1877. — Matthiessen, Grundzüge der antiken und modernen Algebra der litteralen Gleichungen. 1878. — Zehme, Lehrbuch der ebenen Geometrie, nebst Figurentafeln. 6. Aufl. 1880. — Klekler, Die Methode der darstellenden Geometrie. 1877. — Bardey, Algebraische Gleichungen, nebst Resultaten. 1876. — Klempt, Lehrbuch zur Einführung in die moderne Algebra. 1880. — Reidt, Sammlung von Aufgaben und Beispielen aus der Trigonometrie und Stereometrie. 2. Teil: Stereometrie. 2. Aufl. 1877. — H. Müller, Leitfaden der ebenen Geometrie. 1. Teil. 1. u. 2. Heft. 2. Teil. 1875. 78. — H. Müller, Leitfaden der Stereometrie. 1. Teil. 1877. — Mansion, Elemente der Theorie der Determinanten. 1878. — Kahl, Mathematische Aufgaben aus der Physik. 1874. — Henrici-Treutlein, Lehrbuch der Elementar-Geometrie. 1. Teil. 1881. — Brockmann, Lehrbuch der elementaren Geometrie. 2. Teil: Stereometrie. 1875. — Döring, Leitfaden für den Unterricht in der Heimatkunde. 1881. — Weiler, Leitfaden der mathematischen Geographie. 1881. — G. van Hees, Causeries pour servir à l'étude de la conversation française. — Kappes, Leitfaden für den Unterricht in der Stilistik. 3. Aufl. 1879. — Naumann, Anleitung zur Abfassung deutscher Aufsätze. 4. Aufl. 1881. — Boehm, Methodik des deutschen Unterrichts. 1878. — Deutsches Lesebuch, herausgegeben von Lehrern der Realschule zu Döbeln. 2. und 3. Teil. — Fielitz, Studien zu Schillers Dramen. 1876.

Von der C. F. Winterschen Verlagsbuchhandlung in Leipzig und Heidelberg: Werner, Optische Farbenschule. 1880. — Bulwer, Gesch. Charaktere, übersetzt von Lanz. 2 Bde. 1871. — Pilz, Schulandachten an Festtagen ꝛc. 1870. — Pilz, Pädagogische Blüten. 1861. — Pilz, Pädagogische Blüten (Neue Folge) 1871. — Pilz, Quintilianus. Ein Lehrerleben aus der römischen Kaiserzeit. 1863. — Pilz, Die höchste Aufgabe der Volksschule. 1868. — Wittje, Die wichtigsten Schlachten und Belagerungen. 2 Bde. 1861. — Dulon, Über Schule, deutsche Schule und amerikanische Schule. 1866. — Willkomm, Waldbüchlein. 1879. — Briefe der Schule an das Haus. 1860. — F. v. Smitt, Zur näheren Erklärung über den Krieg von 1812. 1861. — Sadler, Die geistige Hinterlassenschaft Peters I. 1862. — Ténot, Paris im Dezember 1861. 1869. — Hanser, Deutschland nach dem dreißigjährigen Krieg. 1862. — Caroline Rudolphi, Gemälde weiblicher Erziehung. 2 Bde. 1857.

Von der Bahnmaierschen Verlagsbuchhandlung in Basel: Schäublin, Chorgesänge, 2 Teile. 1882.

Von der Ehlermannschen Verlagsbuchhandlung in Dresden: Niemeyer, Deutsche Grammatik. 3. Aufl. 1882.

Von der Ackermannschen Verlagsbuchhandlung in Weinheim: Löser, Lehrbuch der ebenen Geometrie. 2. Aufl. 1882.

Von der Verlagsbuchhandlung O. Schulze in Cöthen: Deutschbein, Shakespeare-Grammatik. Separatabdruck der Programme der Realschule zu Zwickau von 1881 und 1882.

Von der Verlagsbuchhandlung Jßleib und Rietzschel in Gera: Rieck, Kleiner methodischer Schulatlas. — Amthor-Jßleibs Volksschulatlas. 28. Aufl. 1883.

Von der Verlagsbuchhandlung R. Oldenbourg in München und Leipzig: Übungshefte für die Rundschrift. 4 Hefte.

Von Herrn Kaufmann Wölcke in Leipzig: Norvins, Geschichte des Kaisers Napoleon, übers.

von Elsner. 5 Bde. Stuttgart 1841. — Schiebe, Lehrbuch der Kontorwissenschaft. 3 Bde. Grimma 1853. 55. 58. — Ebers, Ägyptische Königstochter. 3 Bde. Stuttgart 1869.

Von Herrn Gesanglehrer Bruno Forbriger in Reudnitz: F. Forbriger, Feldblumen. Poetische Versuche in Ernst und Scherz. 2. Aufl. Reichenbach.

Von Herrn Archivrath Dr. Ebeling in Leipzig: Ebeling, Friedrich Taubmann. Ein Kulturbild. Leipzig 1882.

Von Herrn Realschuldirektor Dr. F. Kober in Großenhain: Kober, Leitfaden der Naturgeschichte. 2. Heft (Botanik). Großenhain 1883. — Kober, Aufgaben für den Rechenunterricht, 3 Hefte, nebst 3 Heften Resultate. 1. u. 3. Heft in 3. Aufl., 2. Heft in 4. Aufl.

Von einem Gönner der Anstalt: Wendt, Bilderatlas der Länderkunde, 66 Tafeln, nebst 1 Bd. Erläuterungen. Leipzig, Dörffling u. Franke.

Von dem Abiturienten A. Kamm: Mehler, Elementarmathematik. 9. Aufl. Berlin, Reimer 1878. — Glasberger, Gesangschule. 2. Aufl. Leipzig, Brandstetter 1872. — Frank, Pflanzentabellen. 3. Aufl. Leipzig 1877.

Außerdem wurde die Bibliothek vermittelst des Programmaustausches (Centralstelle: die Buchhandlung B. G. Teubner in Leipzig) um die Programme d. J. 1882 von 440 Lehranstalten des deutschen Reiches vermehrt.

2. Schülerbibliothek. (Bibliothekar: Oberlehrer **Burgkhardt.**)

a) **Angekauft** wurden:

R. Andree, Robinsonaden, Fahrten und Reiseerlebnisse. — Beumer, Helden- und Tugendspiegel. — Born, Hans Stark. — F. Otto, Neuere deutsche Geschichten. Unsere Klassiker. Vaterländisches Ehrenbuch. Das Buch vom alten Fritz. Deutsche Geschichten. Das Buch merkwürdiger Kinder. Wohlthäter der Menschheit. — K. Müller, Das Kleid der Erde. — Andree, Abessinien. — Röhrich, Rätselhafte Dinge. — Oberländer, Der Mensch vormals und heute. — Maßlieb, George Stephenson. — Friedmann, die asiatische Inselwelt. — Thalheim, Kinderleben in England. — Lange, Abraham Lincoln. — Möbius, Gute Kinder, brave Menschen. — Klotz, Im zoologischen Garten. — Stein, Die Puritaner. — Dietlein, Deutschland über Alles. — Schmidt, Deutsches Flottenbuch. — Armand, Die geraubten Kinder. — Hoffmann, Kolumbus. — Werner, Die Helden der christl. Kirche. — Oberländer, Oceanien, die Inseln der Südsee. — Stöber, Erzählungen. — Guischard, Venezia. — Masius, Des Knaben Lust und Lehre. — Lindemann-Finsch, Zweite deutsche Nordpolfahrt. — Ohorn, Der Eisenkönig. — Welt der Jugend: 26 Bändchen. — O. v. Horn, 16 Bändchen. — F. Schmidt, 19 Bändchen. — Nieritz, 19 Bändchen.

b) **Geschenke:**

Von dem Abiturienten Wölcke: Schmidt, Fürst Bismarck. — Pflug, Kaiser Wilhelm.

Von Brömme (Schüler der 1. Klasse): Thomas, Die denkwürdigsten Erfindungen. — Helms, Andersens letzte Märchen. — Pflug, Der deutsch-dänische Krieg.

Von einem Freunde der Schule: Redenbacher, Die Salzburgerin. — H. Margot, Wundersame Gotteswege aus der Gegenwart. — Banga, Aus dem Seemansleben. — H. Stretton, Die Pilgergasse in Manchester. — Marie Zeller, Freiheit und Freundschaft. Schloß und Hütte. Der Weihnachts-Teppich.

Von Tennstedt (Schüler der 2. Kl.): M. Barack, Richard Löwenherz.

Die Zahl der Bände beläuft sich nunmehr auf 499.

3. Für den Unterricht in der Mathematik

wurden **angekauft:**

6 lange Reißschienen. — 5 Paare Tafelwinkel.

4. Für den Unterricht im Zeichnen

(Verwalter der Vorlagen- und Modellsammlung: Oberlehrer **Borges**)

wurden verschiedene Vorlagenwerke **angeschafft** (Siehe Lehrerbibliothek).

5. **Geographie.** (Verwalter der Kartensammlung: Oberlehrer **Burgkhardt.**)

Angekauft wurde:

Oppel und Ludwig, geographische Bildertafeln. 2. Teil. Ferd. Hirt, Breslau 1882. — Andree, Handatlas. Velhagen und Klasing, Leipzig 1881.

Michaelis (1. Kl.) zeichnete eine Wandkarte zur Veranschaulichung der bedeutendsten Gipfelhöhen der Gebirge Europas. — Einige Schüler der 2. Kl. zeichneten große Wandkarten von Flußnetzen: Von der Donau (Tennstedt), von der Weichsel (O. Schulz und K. Werner), von dem Rhein (Naumann und Schreiber), von der Elbe (Bernhardt und Hoffmann).

6. **Die Lehrmittelsammlung für Physik** (Verwalter: Oberlehrer **Borges**) zählte am Schlusse des vorigen Schuljahres 82 Nummern; **angekauft** wurden:

1 Element nach Arendt. — 1 Kompressionsfeuerzeug. — 1 Schwefelkohlenstoffprisma. — 1 galvanoplastischer Apparat. — 1 Skioptikon. — 1 Influenzelektrisiermaschine. — 1 Blitzhaus. — 1 Wasserstoffapparat. — 1 Blitzflasche. — 1 Figurentanz. — 1 Glockenspiel. — 1 Entlader. — 1 Leydener Flasche. — 1 elektrische Kanone. — 1 Apparat zum Glasdurchschlagen. — 1 Apparat zur Ätherentzündung. — 2 rotierende Scheiben. — 1 Geißlersche Röhre. — 6 Flaschen mit Chemikalien.

Geschenkt wurde:

Von Herrn Transportinspektor Bahmann in Dresden: Das Modell einer Dampfmaschine.

5 bereits bisher im Besitz der Schule gewesene kleinere Hülfsapparate wurden erst in diesem Jahre in die physikalische Sammlung eingereiht, so daß diese jetzt 112 Nummern umfaßt.

7. **Für den Unterricht in der Chemie** (Verwalter der Sammlung: Oberlehrer **Nestler**) wurden **angeschafft:**

2 Krystallisierschalen. — 3 Retorten. — 2 Braunkohlenretorten. — 3 Schmelztiegel. — 1 Glocke mit 2 Tuben. — 1 Pipette. — Böhmische Glasröhren. — 3 Trichterröhren. — 1 Kugelvorlage. — 1 Chlorcalciumrohr. — 1 Quetschhahn. — 3 Hornlöffel. — 1 Hornblatt. — 1 Korkpresse. — 2 Phosphorlöffel. — 1 Dutzend Glasstäbe. — 2 Porzellanmörser. — 1 eiserner Mörser. — 1 Filtergestell. — 2 hölzerne Tischchen. — 1 Retortenhalter. — 1 Röhrenhalter. — 1 Eudiometer. — 1 Platinfeuerzeug. — 1 Thonofen.

Außerdem wurde die chemische Sammlung vermehrt durch

25 Chemikalien in Glasflaschen,
12 desgleichen in Zinkkästchen und
30 Präparate in Präparatengläsern.

Geschenkt wurden:

Von Herrn Lehrer Forbriger eine Anzahl Chemikalien. — Vom Realsch. Wohlfahrt je 1 Stück Natron- und Kaliwasserglas.

Sonach enthält diese Sammlung gegenwärtig:

An Apparaten	60	Nummern
Chemikalien in Flaschen . .	145	„
Chemikalien in Zinkkästen .	12	„
Anderweitige Chemikalien .	30	„
Präparate	30	„
Sa.	277	Nummern.

8. **Beschreibende Naturwissenschaften.** (Verwalter der Sammlungen: Oberlehrer **Nestler.**)

a) Für Anthropologie und Zoologie

wurden **gekauft:**

1 Supplementtafel zu Lehmanns zoologischem Atlas, die Menschenrassen darstellend. — 1 Berge, 50 Tafeln zum Schmetterlingsbuch, apart.

Geschenkt wurden:

1 Eidechse (Lacerta agilis) vom Realsch. Schubert. — 1 Wiesel vom Realsch. Berger. — 1 Kreuzotter, 1 fünfbeiniger Frosch vom Realsch. Linke. — 1 Säge des Sägehai vom Realsch. Runge. — Antilopenhörner vom Realsch. v. Schlegell. — 1 Kolibri vom Realsch. Schauer. — 1 Singdrossel vom Realsch. Hiller. — 1 Stachelrochen vom Realsch. Helm. — 1 großes Hirschkäferpaar. — 1 Rauchschwalbe vom Realsch. Linke.

In dieser Sammlung sind gegenwärtig vorhanden:

Vom vorigen Jahre . . .	638	Nummern
Bildertafeln	51	"
Beiträge von Schülern . .	10	"
	Sa. 699	Nummern.

b) Für Botanik

wurden **gekauft:**

1 Zippel-Bollmann, Kryptogamen (12 Tafeln). — 1 Lorinser, die wichtigsten eßbaren 2c. Schwämme (12 Tafeln).

Geschenkt wurden:

Afrikanische Baumwolle von Hrn. Oberl. Dr. Broglé. — 20 verschiedene Holzarten von den Realschülern Schulze (Kl. II.), Schubert, Koll, Bachmann und Kindt. — 2 Tafeln Abbildungen von Pflaumenfrüchten und Blättern vom Realsch. Wölcke.

Diese Sammlung enthält jetzt:

Vom vorigen Jahre . . .	80	Nummern
Beiträge	23	"
Bildertafeln	24	"
	Sa. 127	Nummern.

c) Die mineralogische Sammlung

wurde durch folgende **Schenkungen** bereichert:

Hr. A. Wohlfarth: 12 z. T. prachtvolle Mineralien. — Hr. stud. Bahmann: 1 Kollektion von Staßfurter Steinsalzen. — Hr. Oberl. Borges: 8 Mineralien aus den Alpen. — Hr. Oberl. Siegert: Rauchquarzkrystalle, Bleiglanz, Kalkspatdruse. — Hr. Kand. Gutjahr: einige Konglomerate und Granite. — Hr. Oberl. Nestler: 15 Gesteine von Tharandt, Karlsbad, Roßwein und aus der Lausitz. — Realsch. Schmidt II.: verschiedene Gipse und Schwerspate aus Thüringen, Kalkspat, knolligen Schwefelkies. — Realsch. Wernicke: schwarzen Serpentin, Asphalt. — Außerdem sammelten mit die Realschüler Brömme, Werner (Kl. III.), Ploß, Berg, Hermann, Oehlcke, Theile.

Einige Schüler der 1. Klasse fertigten Krystallmodelle aus Pappe. Realsch. Zimmermann fertigte 1 Karte der wichtigsten Erzlagerstätten Skandinaviens. Die Realschüler Böttcher und Bachmann schenkten einige Druckplatten aus Metall und Holz.

Angekauft wurden:

1 Geologische Übersichtskarte von Deutschland von v. Dechen. — Die Sektionen Leipzig, Brandis, Naunhof, Colditz, Leisnig, Chemnitz, Zwickau der geologischen Spezial-Karte von Sachsen von H. Credner (mit Text).

Sonach enthält diese Sammlung jetzt:

625	Nummern	vom vorigen Jahre,
50	"	neu hinzugekommene Mineralien und Gesteine,
8	"	Karten und
5	"	neue Krystallmodelle.
688	Nummern.	

Für die unseren Sammlungen auch in diesem Schuljahre so reichlich zugewendeten Bewilligungen und Geschenke sprechen wir hiermit im Namen der Schule den wärmsten Dank aus.

4. Schulbehörden und Lehrerverzeichnis.

1. Mitglieder der Realschulkommission.

Herr Gemeindevorstand F. Hetzer, Vorsitzender.
Herr Gemeindeältester, Apotheker B. Kohlmann.
Herr Apotheker Dr. W. Schwabe.
Der Direktor.

2. Lehrerkollegium.

Direktor Dr. ph. Julius Leonhard Heubner. (Im Schulgebäude zu sprechen jeden Wochentag von 1/2 12 bis 1/2 1 Uhr.)
Oberlehrer Johannes Paul Burgkhardt.
Oberlehrer Dr. ph. Woldemar Grüner.
Oberlehrer Ernst Moritz Schöpff.
Oberlehrer Eduard Richard Borges.
Oberlehrer Karl Friedrich Nestler.
Oberlehrer Richard Arno Kirmße.
Oberlehrer Friedrich August Unger.
Oberlehrer Dr. ph. Gustav Adolf Broglé.
Prov. Oberlehrer Friedrich Klemens Siegert.
Kandidat d. höh. Schulamts Emil Gutjahr.
Gesanglehrer Moritz Bruno Forbriger, } ständige Lehrer an hiesiger
Turnlehrer Franz Hermann Treutler, } Bürgerschule.

5. Übersicht über den Besuch der Schule.

Das vorige Schuljahr schloß mit 155 Schülern, wovon zu Ostern 29 abgingen, nämlich aus der 1. Klasse 10, aus der 2. Klasse 1, aus der 3. Klasse 8, aus der 4. Klasse 7, aus der 5. Klasse 3. Aufgenommen wurden 67, davon 4 in die 1. Klasse, 1 in die 2. Klasse, 4 in die Klasse 3ª, 2 in die Klasse 3ᵇ, 9 in die Klasse 4ª, 8 in die Klasse 4ᵇ, 39 in die 5. Klasse.

Klasse.	Zahl der Schüler.					Heimat der Schüler.		Durchschnittliches Lebensalter
	Am Anfang des Schuljahres.	Aufgenommen während des Schuljahres.	Abgegangen während des Schuljahres.	Am Ende des Schuljahres.	Zusammen.	Aus Reudnitz.	Auswärtige.	am Anfang des Schuljahres.
I.	20	—	1	19	20	8	12	15 Jahre 1 Monat
II.	27	1	2	26	28	10	18	14 „ 5 1/2 „
IIIª.	25	1	—	26	26	11	15	13 „ 5 „
IIIᵇ.	24	2	3	23	26	10	16	13 „ 5 „
IVª.	28	3	2	29	31	11	20	12 „ 1 „
IVᵇ.	27	3	1	29	30	9	21	12 „ — „
V.	42	6	3	45	48	18	30	10 „ 7 „
	193	16	12	197	209	77	132	

Von den 132 auswärtigen Schülern waren 37 aus Leipzig, 12 aus Volkmarsdorf, 11 aus Neuschönefeld, 10 aus Anger, je 9 aus Schönefeld und aus Neustadt, 8 aus Stötteritz, 4 aus Stünz, 3 aus Mölkau, je 2 aus Sellerhausen, Neusellerhausen, Neureudnitz und Johanngeorgenstadt, je 1 aus Crottendorf, Paunsdorf, Sommerfeld, Thonberg, Probsthaida, Taucha, Knauthain, Lützschena, Belgern, Wurzen, Geringswalde, Pößneck, Kleintracksdorf bei Weida, Lausigk, Mülsen St. Michaelis, Öderan, Werdau, Reichenbach, Sachsa am Harz, Altona, Köln. 202 Schüler sind evangelisch-lutherisch, 2 reformiert, 1 gehört der apostolischen Gemeinde an, 2 sind römisch-katholisch, 2 Israeliten.

6. Schülerverzeichnis.

* bedeutet, daß der Schüler im Laufe des Winterhalbjahrs eingetreten; **, daß er im Laufe des Schuljahrs ausgetreten ist.

Fortlauf. Nummer.	Nummer des Klassenplatzes.	Name des Schülers.	Geburtstag des Schülers.	Wohnort der Eltern. (Geburtsort des Schülers.)	Stand des Vaters.
		I. Klasse.			
		Oberabteilung.			
1		**Truppel**, Ernst	29./1. 68	Reudnitz (Eisenberg).	Postschaffner.
		Unterabteilung.			
2	7	**Birnschein**, Ernst	6./10. 66	Reudnitz (Naumburg).	Bahnbeamter.
3	1	**Brehme**, Paul	23./9. 68	Anger (Weida).	Kaufmann.
4	17	**Brömme**, Herrmann	12./8. 64	Leipzig (Charlotten Rgbzk. Danzig).	Ökonom.
5	13	**Döring**, Oskar	8./8. 67	Reudnitz.	Hausbesitzer.
6	5	**Dreyhaupt**, Richard	23./4. 66	Leipzig.	Markthelfer.
7	10	**Ehrlich**, Bernhard	2./6. 67	Schönefeld.	Lademeister.
8	15	**Große**, Paul	10./11. 67	Stünz.	Maurer.
9	12	**Härting**, Albert	25./2. 67	Stünz (Paunsdorf).	Kohlgärtner.
10	14	**Hessel**, Paul	22./4. 66	Leipzig.	Tapezierer.
11	16	**Lehmann**, Arthur	28./10. 67	Reudnitz.	Privatmann. †
12	3	**Michaelis**, August	6./9. 67	Reudnitz (Lindenau).	Schlossereiwerkführer.
13	11	**Pedretti**, Johannes	12./12. 67	Reudnitz.	Privatgelehrter.
14	8	**Reyher**, Johannes	23./1. 67	Leipzig.	Dr. med. Arzt.
15		****Scheidhauer**, Kurt	22./4. 65	Leipzig (Wildenfels b. Zwickau).	Assessor.
16		*) **Schulze**, Walther	18./5. 66	Leipzig.	Kaufmann.
17	9	**Späte**, Otto	18./10. 67	Reudnitz (Kayna b. Zeitz).	Steinmetzmeister.
18	2	**Vetter**, Bruno	3./4. 68	Reudnitz (Leipzig).	Bahnbeamter. † Pflegevater Dr. Kupsch.
19	4	**Wohlfarth**, Arno	13./6. 67	Leipzig (Saalfeld).	Kaufmann.
20	6	**Zimmermann**, Felix	29./8. 67	Werdau.	Kaufmann.
		II. Klasse.			
21	1	**Berger**, Max	6./12. 67	Mölkau.	Gutsbesitzer.
22	25	**Bernhardt**, Johannes	4./3. 67	Neustadt (Leipzig).	Bahnhofsinspektor.
23	4	**Feilotter**, Oswald	19./4. 68	Crottendorf.	Gutsbesitzer.
24	21	****Fölgner**, Robert	17./7. 67	Sellerhausen.	Ziegelei- und Gutsbesitzer.
25	27	**Gräbner**, Johannes	21./7. 67	Anger (Reudnitz).	Wachstuchfabrikant.
26	23	**Hoffmann**, Wilhelm	19./4. 69	Reudnitz.	Buchdruckereibesitzer.

*) War durch längere Krankheit verhindert, an der Michaelisprüfung teil zu nehmen und wurde daher der festgesetzten Rangordnung nicht eingereiht.

Fortlauf. Nummer.	Nummer des Klassenplatzes.	Name des Schülers.	Geburtstag des Schülers.	Wohnort der Eltern. (Geburtsort des Schülers.)	Stand des Vaters.
27	14	**Jope**, Arthur	28./10. 68	Reudnitz.	Privatmann u. Hausbesitzer.
28	10	**Kindt**, Richard	29./11. 68	Reudnitz.	Holzhändler.
29	13	**Linke**, Max	17./3. 67	Mölkau.	Restaurateur.
30	24	**Mahn**, Hugo	13./10. 66	Leipzig (Reudnitz).	Kaufmann.
31	17	**Metzger**, Gerhard	26./3. 65	Leipzig.	Buchdruckereibesitzer.
32	11	****Müller**, Fritz	1./11. 67	Reudnitz.	Mützenfabrikant.
33	7	**Naumann**, Otto	10./5. 67	Belgern.	Bäckermeister.
34	26	**Ploß**, Georg	21./2. 68	Reichenbach i. V.	Kaufmann.
35	16	**Rackwitz**, Rudolf	17./4. 69	Neustadt b. Leipzig.	Markthelfer.
36	20	**Sather**, Arthur	7./2. 68	Reudnitz (Leipzig).	Briefträger.
37	19	**Schnauder**, Otto	20./1. 68	Anger (Leipzig).	Geometer u. Hausbes.
38	22	**Schneider**, Georg	30./4. 68	Reudnitz.	Oberpostsekretär.
39	5	**Schreiber**, Konrad	29./3. 69	Reudnitz.	Schriftsetzer.
40	12	**Schulz**, Otto	17./11. 68	Reudnitz (Zerbst).	Handelsmann.
41	9	**Schulze**, Alfred	21./5. 68	Reudnitz.	Regierungsregistrator.
42	2	**Tennstedt**, Paul	27./1. 68	Reudnitz (Schönefeld).	Kofferträger.
43	28	**Thieme**, Karl	6./3. 69	Neureudnitz (Reudnitz).	Klaviaturenfabrikant und Holzhändler.
44	6	**Uhlig**, Walther	3./1. 67	Neuschönefeld.	Kaufmann.
45	18	**Werner**, Karl	21./6. 68	Reudnitz.	Buchhändler.
46	15	**Wernicke**, Richard	2./2. 69	Neuschönefeld.	Hausbesitzer. †
47	3	**Wilhelm**, Albin	16./1. 65	Mülsen St. Michaelis.	Bergarbeiterinvalide.
48	8	**Zikel**, Philipp	23./4. 64	Leipzig (Jassy).	Kaufmann.

III. Klasse A.

Fortlauf. Nummer.	Nummer des Klassenplatzes.	Name des Schülers.	Geburtstag des Schülers.	Wohnort der Eltern. (Geburtsort des Schülers.)	Stand des Vaters.
49	11	**Arndt**, Richard	4./1. 70	Reudnitz (Leipzig).	Lohnfuhrwerksbes.
50	9	**Becker**, Otto	15./10. 68	Reudnitz (Paunsdorf).	Privatmann.
51	19	**Bock**, Paul	14./9. 69	Reudnitz (Berlin).	Rentier.
52	24	**Creutz**, Robert	8./6. 68	Köln a. R.	Kaufmann.
53	21	**Ebeling**, Georg	20./2. 69	Leipzig.	Herzoglich Meining. Archivrat.
54	23	**Engelhardt**, Georg	14./2. 68	Leipzig.	Kaufmann.
55	16	**Hähner**, Eugen	21./11. 67	Reudnitz (Neuschönefeld).	Hausbesitzer.
56	5	**Helm**, Arthur	1./12. 67	Leipzig (Reudnitz).	Prokurist.
57	14	**Herrmann**, Gustav	13./10. 67	Stötteritz.	Eisengießereibesitzer.
58	20	**Lindner**, Paul	21./7. 69	Reudnitz.	Gutsbesitzer. †
59	13	**Mannewitz**, Otto	28./10. 69	Reudnitz.	Bäckermeister.
60	15	**Massera**, Arthur	5./12. 69	Reudnitz (Neureudnitz).	Amtsgerichtsaktuar.
61	3	**Oehlcke**, Bruno	19./7. 69	Neustadt b. L. (Rosenthal b. Königstein).	Hauptzollamtsassist.
62	25	**Paul**, Reinhold	5./4. 69	Reudnitz.	Destillateur.
63	26	**Richartz**, Willi	17./6. 69	Reudnitz (Barmen).	Färber. †
64	8	**Röber**, Karl	4./4. 68	Reudnitz.	Böttchermeister. †
65	17	**Rühl**, Emil	20./4. 69	Reudnitz.	Schriftgießereibes.
66	10	**Runge**, Otto	4./3. 69	Leipzig (Reudnitz).	Oberpostsekretär.
67	6	**Schmidt**, Arthur	3./3. 69	Neuschönefeld.	Buchbinder.
68	22	**Schmidt**, Otto	3./9. 67	Schlottwien bei Pößneck.	Gipsfabrikant.
69	2	**Schneider**, Otto	24./1. 68	Frohburg.	Expedient. †
70	1	**Schulz**, Ernst	4./3. 68	Stötteritz (Claushagen b. Boitzenb.).	Handelsgärtnereibesitzer.
71	4	**Sixtus**, Paul	29./1. 71	Schönefeld (Halberstadt).	Kaufmann.
72	18	**Sorge**, Rudolf	25./1. 70	Leipzig.	Faktor.
73	7	**Werner**, Paul	24./9. 67	Leipzig (Eutritzsch).	Baumeister. †
74	12	**Wohlfarth**, Gustav	10./6. 69	Leipzig (Saalfeld).	Kaufmann.

Fortlauf. Nummer.	Nummer des Klassenplatzes.	Name des Schülers.	Geburtstag des Schülers	Wohnort der Eltern. (Geburtsort des Schülers.)	Stand des Vaters.
		III. Klasse B.			
75	26	**Bachmann**, Karl	23./11. 68	Reudnitz (Leipzig).	Maschinenfabrikbes.
76	7	**Berg**, Walther	27./2. 69	Reudnitz.	Buchbinder.
77	23	**Carius**, Emil	4./5. 69	Anger (Neuschönefeld).	Lokomotivführer.
78	14	**Dähne**, Gustav	2./12. 67	Sommerfeld.	Gutsbes.undStandesbeamter.
79	24	**Dreier**, Max	18./9. 69	Neuschönefeld (Schlettau b. Halle).	Kaufmann.
80	13	**Etzold**, Max	19./6. 68	Reudnitz (Altenburg).	Oberkontrolleur der Pferdebahn.
81	4	**Graul**, Max	30./1. 70	Leipzig (Chemnitz).	Kaufmann.
82	9	**Heclemann**, Arthur	22./9. 68	Volkmarsdorf (Nehsdorf i. d. Niederlausitz).	Ökonom. † (Pflegev. Scharr Restaurat.)
83	2	**Hessel**, Alfred	11./1. 69	Leipzig.	Tapezierer.
84	17	**Kellner**, Robert	14./8. 67	Sachsa am Harz.	Brauereibesitzer.
85	18	**Klopfer**, Hermann	12./5. 70	Reudnitz (Meerane).	Kaufmann.
86	22	****Köhler**, Theodor	12./11. 67	Reudnitz.	Holzhändler.
87	25	**Koll**, Eduard	2./3. 69	Neustadt b. Leipzig.	Bildhauer.
88	16	****Metzger**, Ernst	19./4. 67	Leipzig.	Buchdruckereibesitzer.
89	8	**Nebe**, Arthur	18./3. 70	Reudnitz (Leipzig).	Kaufmann.
90	6	**Niedenführ**, Eugen	19./4. 68	Geringswalde b. Waldheim.	Oberlehrer.
91	5	****Nietzschmann**, Paul	4./3. 69	Sellerhausen.	Tischlermeister. †
92	19	**Richter**, Paul	13./2. 70	Volkmarsdorf.	Ortsrichter und Hausbesitzer.
93	21	**Römer**, Oskar	30./5. 68	Leipzig.	Lithograph.
94	10	**Rößler**, Hermann	16./6. 69	Volkmarsdorf (Schönefeld).	Markthelfer.
95	15	**v. Schlegell**, Otto	24./6. 67	Altona (Frankfurt a. M.).	Major.
96	1	**Schubert**, Rudolf	8./9. 69	Reudnitz.	Schuhmachermeister.
97	20	**Theile**, Rudolf	23./11. 67	Reudnitz.	Oberpostkassierer.
98	11	**Wachter**, Hermann	27./2. 70	Reudnitz (Neuschönefeld).	Ingenieur d. K. sächs. Staatseisenbahn.
99	12	**Wagner**, Alfred	5./2. 69	Reudnitz.	Buchhändler.
100	3	**Walther**, Otto	16./2. 68	Reudnitz (Neuschönefeld).	Maurermeister.
		IV. Klasse A.			
101	25	**Bachmann**, Conrad	21./1. 69	Leipzig.	Generalagent der Teutonia.
102	6	**Baum**, Hugo	27./11. 68	Reudnitz.	Xylograph.
103	21	**Brückner**, Heinrich	27./9. 70	Leipzig (Hildburghausen).	Techn. Dirig. im Bibl. Institut.
104	27	****Durra**, Fritz	10./1. 70	Leipzig (Breslau).	Kaufmann.
105	9	**Eschenwecker**, Karl	12./7. 70	Leipzig (Berlin).	Werkführer.
106	5	**Goldacker**, Richard	3./4. 70	Thonberg.	Zimmermeister.
107	18	**Härting**, Karl	7./11. 70	Stünz.	Gemeindevorstand.
108	3	**Heinze**, Moritz	23./2. 70	Reudnitz (Strehlen).	Bureauassistent a. d. Staatsbahn. †
109		***Helbig**, Otto	19./12. 68	Leipzig (Berlin).	Schriftsetzer.
110	2	**Ilgner**, Gustav	19./11. 68	Volkmarsdorf.	Maurer.
111	23	**Kaiser**, Richard	7./3. 70	Schönefeld.	Bäcker u. Restaurat.
112	16	**Kindt**, Georg	16./5. 71	Reudnitz.	Holzhändler.
113	24	**Kresse**, Paul	30./4. 71	Schönefeld.	Kantor.
114	4	**Metz**, Hugo	8./1. 71	Reudnitz (Neuschönefeld).	Obertelegraphenassist.
115	26	**Müller**, Paul	13./9. 70	Reudnitz.	Hut- u. Mützenfabr.
116	1	**Naumann**, Max	18./5. 71	Reudnitz (Leipzig).	Kofferträger an der Staatsbahn.
117	13	**Neumeister**, Arthur	14./3. 71	Neusellerhausen (Volkmd. Straßenh).	Viehhändler.
118	15	**Ohme**, Paul	9./3. 70	Neuschönefeld.	Pens. Verbands-Packmeister.
119	7	**Plessing**, Anton	19./5. 69	Reudnitz (Abtnaundorf).	Bauunternehmer.

Fortlauf. Nummer.	Nummer des Klassenplatzes.	Name des Schülers.	Geburtstag des Schülers.	Wohnort der Eltern. (Geburtsort des Schülers.)	Stand des Vaters.
120	10	**Räncker**, Otto	6./2. 70	Neustadt b. Leipzig.	Schmied a. d. K. sächs. Staatseisenbahn.
121	11	**Roßberg**, Ferdinand	30./12. 70	Reudnitz.	Maler u. Lackierer.
122	19	**Schäfer**, Oskar	23./10. 67	Johanngeorgenstadt.	Schatullenfabrikant.
123	20	**Schmidt**, Hugo	10./4. 71	Anger.	Privatmann.
124	14	**Schnauder**, Alfred	13./1. 71	Anger (Leipzig).	Geometer u. Hausbes.
125	8	**Schöne**, Oswald	21./7. 68	Anger (Grünstädtel b. Schwarzenberg).	Restaurateur.
126		****Seidel**, Paul	29./11. 70	Neuschönefeld.	Buchdruckereibesitzer.
127	22	**Sixtus**, Willi	21./10. 69	Schönefeld (Aschersleben).	Kaufmann.
128	12	**Söhlmann**, Georg	1./9. 68	Oederan (Wiesenburg b. Zwickau).	Bahnhofsinspektor.
129	17	**Stäglich**, Max	25./10. 68	Leipzig.	Buchhändler.
130	28	**Thieme**, Hermann	14./10. 70	Schönefeld.	Kofferträger.
131		***Tschentke**, Otto	14./7. 71	Reudnitz (Kottbus).	Kaufmann.

IV. Klasse B.

132	19	**Bettcher**, Lucian	19./3. 70	Leipzig (Düsseldorf).	Baumeister.
133	20	**Beyer**, Emil	3./5. 68	Stötteritz.	Ortsrichter.
134	1	**Böttcher**, Wilhelm	18./3. 71	Paunsdorf.	Schriftgießereibes.
135	10	**Canitz**, Paul	20./4. 70	Schönefeld.	Markthelfer.
136	13	**Donner**, Arthur	17./11. 68	Mölkau.	Gutsbesitzer.
137	4	**Feyer**, Alfred	11./1. 71	Reudnitz (Schweßwitz b. Lützen).	Bierverleger.
138		***Heinrich**, Paul	30./10. 69	Volkmarsdorf (Wölkau b. Dürrenberg).	Lehrer.
139	2	**Heinze**, Max	8./5. 71	Stötteritz.	Lotteriebeamter.
140	18	**Herberth**, Theodor	25./3. 70	Reudnitz (Neuschönefeld).	Viehhändler.
141	8	**Kochendörfer**, Heinrich	9./5. 71	Stötteritz (La Chaux de Fonds).	Privatmann.
142	24	**Krahmer**, Richard	16./6. 69	Leipzig.	Privatmann.
143		***Kuntze**, Hugo	6./7. 69	Neustadt b. Leipzig (Leipzig).	Hausbesitzer.
144	11	**Lichtenberger**, Albin	27./10. 69	Volkmarsdorf (Bräunsdorf b. Borna).	Materialwarenhändler.
145	16	**Lindner**, Max	26./8. 70	Stötteritz.	Lehrer.
146	15	**Lindner**, Richard	23./5. 70	Stötteritz.	Markthelfer.
147	21	**Mühlberg**, Max	24./11. 69	Volkmarsdorf (Taucha).	Lotteriekollekteur.
148		****Nebeling**, Fritz	14./6. 71	Reudnitz (Schmalkalden).	Buchhalter.
149	9	**Neumeister**, Paul	14./10. 69	Neusellerhausen.	Viehhändler.
150	22	**Rath**, Karl	3./11. 71	Reudnitz.	Hausbes. u. Agent.
151	12	**Schauer**, Fritz	8./9. 70	Leipzig.	Privatmann.
152	5	**Schmidt**, Max	12./2. 71	Reudnitz (Neuschönefeld).	Plombeur i. Hptzllamt Leipzig.
153	14	**Schnauder**, Paul	8./10. 69	Anger (Leipzig).	Geometer u. Hausbes.
154	6	**Schneider**, Friedrich	20./3. 70	Reudnitz (Jordansmühl i. Schlesien).	Buchhalter.
155	23	**Schwager**, Hugo	31./7. 69	Reudnitz (Leipzig).	Maschinenfabrikant.
156	7	**Ulrich**, Alfred	28./7. 71	Stötteritz.	Brauereibesitzer.
157	17	**Walther**, Rudolf	7./8. 70	Reudnitz (Neuschönefeld).	Maurermeister.
158	25	**Weise**, William	13./7. 69	Lützschena.	Restaurateur.
159	3	**Werner**, Johannes	19./7. 69	Reudnitz (Dresden).	Bildhauer.
160	26	**Wernicke**, Alfred	26./3. 71	Neuschönefeld.	Expedient.
161	27	**Zahn**, Paul	15./12. 69	Anger.	Steuereinnehmer.

V. Klasse.

162		***Abel**, Richard	3./7. 71	Leipzig.	Kaufmann.
163	16	**Altner**, Hermann	20./1. 72	Volkmarsdorf.	Markthelfer. †
164	21	**Arndt**, Theodor	10./11. 71	Reudnitz (Leipzig).	Hausbesitzer.
165	14	**Banse**, Oskar	9./9. 71	Volkmarsdorf (Leipzig).	Maschinenmeister.
166	40	**Biegon**, Willi	28./1. 72	Weimar.	Kaufmann.
167	36	**Brunow**, Walther	3./5. 71	Leipzig.	Steindruckereibesitzer.
168	18	**Büttner**, Paul	27./10. 70	Reudnitz.	Kontorist.

Fortlauf. Nummer.	Nummer des Klassenplatzes.	Name des Schülers.	Geburtstag des Schülers.	Wohnort der Eltern. (Geburtsort des Schülers.)	Stand des Vaters.
169	10	**Dannenberg**, Karl	7./5. 70	Reudnitz (Weißwasser).	Bahnhofsinspektor.
170	2	**Dietzel**, Arthur	19./6. 72	Reudnitz.	Kassierer.
171	38	**Eckhardt**, Felix	31./1. 72	Volkmarsdorf (Altschönefeld).	Brunnenbauer.
172	13	**Eichbaum**, Otto	17./4. 72	Reudnitz (Pieschen).	Lokomotivenführer.
173	27	**Enders**, Max	31./5. 72	Leipzig.	Buchbindermeister.
174	23	**Frenzel**, Max	29./3. 72	Reudnitz (Mannschatz b. Borna).	Kaufmann.
175	39	**Gerold**, Otto	20./12. 71	Kleintracksdorf b. Weida.	Gutsbesitzer.
176	33	**Gräbner**, Willibald	3./5. 72	Anger (Reudnitz).	Wachstuchfabrikant.
177		***Graupner**, Kurt	15./9. 72	Taucha (Zschopau).	Stiefv. R. Zimmermann Hausverwalter.
178	24	**Hähner**, Arthur	14./11. 72	Reudnitz.	Hausbesitzer.
179	26	**Härting**, Gustav	13./12. 71	Stünz.	Gutsbesitzer.
180	1	**Hencke**, Hans	14./12. 70	Leipzig.	Korrektor.
181	9	**Heubner**, Fritz	14./2. 73	Reudnitz (Frankenberg).	Realschuldirektor.
182	11	**Hiller**, Ewald	17./9. 70	Neustadt b. Leipzig (Görlitz).	Feuermann.
183	7	**Höfer**, Felix	6./4. 72	Leipzig (Stötteritz).	Fabrikdirektor.
184	30	**Jacobi**, Johannes	19./9. 72	Reudnitz (Penig).	Sattlermeister.
185	35	**Kersten**, Theodor	5./1. 71	Leipzig (Trebsen b. Grimma).	Mühlenbes. †
186		****Kötz**, Max	4./1. 72	Reudnitz (Volkmarsdorf).	Hausbesitzer.
187	34	**Krahmer**, Ernst	5./1. 71	Leipzig.	Privatmann.
188		****Kronbiegel**, Otto	27./2. 71	Reudnitz (Brehna).	Rentier.
189	4	**Leonhardt**, Kurt	14./2. 71	Knauthain.	Schloßgärtner.
190	20	**Meister**, Otto	11./4. 70	Volkmarsdorf.	Holzhändler.
191	5	**Michaelis**, Oskar	12./7. 72	Reudnitz (Lindenau).	Schlossereiwerkführer.
192	41	****Müller**, Hugo	2./7. 69	Neustadt b. Leipzig.	Hausbesitzer.
193	17	**Nöckel**, Adolf	26/10. 71	Reudnitz (Anger).	Kaufmann.
194	3	**Oehmichen**, Hugo	3./6. 70	Probsthaida (Zuckelhausen).	Rentier.
195	42	**Otto**, Max	25./6. 72	Schönefeld (Taucha).	Restaurateur.
196	6	**Rackwitz**, Bruno	18/12. 71	Neustadt b. Leipzig.	Markthelfer.
197	8	**Reuter**, Richard	15./8. 71	Neustadt b. Leipzig (Leipzig).	Hausbesitzer.
198	31	**Rübner**, Hugo	19./4. 72	Neuschönefeld.	Hausbesitzer.
199	32	**Rübner**, Willmar	24./12. 68	Neuschönefeld.	Hausbesitzer.
200	19	**Rühl**, Franz	28./10. 71	Reudnitz.	Schriftgießereibes.
201		***Schäfer**, Gustav	23./9. 69	Johanngeorgenstadt.	Schatullenfabrikant.
202		***Schiers**, Otto	12./2. 72	Volkmarsdorf (Linden).	Schlossereiwerkführer.
203	25	**Schmidt**, Georg	22./2. 72	Neureudnitz (Thonberg).	Fuhrwerksbesitzer.
204	15	**Schroth**, Alexander	21./4. 71	Wurzen.	Wollwäschereibesitzer.
205	37	**Sevin**, Richard	5./11. 71	Reudnitz (Leipzig).	Fabrikbesitzer.
206	12	**Sparig**, Kurt	11./1. 73	Reudnitz.	Kaufmann.
207	22	**Wenzel**, Otto	14./6. 71	Neuschönefeld.	Gerichtsvollzieher.
208	28	**Wiebel**, Oskar	12./2. 72	Reudnitz (Lindenau).	Prokurist.
209	29	**Wölke**, Franz	10./9. 70	Leipzig.	Rentier.

7. Freistellen, Stiftungen u. s. w.

Wittstockstiftung. Die beiden halben Freistellen hatte Herr Direktor Dr. Wittstock auf das Schuljahr 1882/83 den Schülern der 1. Klasse Moritz Ernst Truppel und Friedrich Wilhelm Ernst Birnschein, beide aus Reudnitz, verliehen.

Emmelinenstiftung. Auf Vorschlag des hiesigen Gewerbevereins gab Herr Kaufmann B. Sparig die von ihm unter obigem Namen gegründete ganze Freistelle für das laufende Schuljahr dem Schüler der 4ª. Klasse, Karl Friedrich Roßberg aus Reudnitz.

Der Sammlung zur Beschaffung eines guten Musikinstrumentes wurde durch die zu Ostern 1882 mit dem Berechtigungsschein entlassenen Schüler der ersten Klasse wiederum ein Betrag von *M* 63.00 zugeführt, so daß die auf der Sparkasse angelegte Summe zuzüglich

der Zinsen augenblicklich ℳ 139.80 beträgt. (Über Zuwendung von Büchern von Seiten einzelner Abiturienten an die verschiedenen Bibliotheken s. d.) Den freundlichen Gebern sagen wir hiermit nochmals herzlichen Dank.

In betreff einer neugegründeten Unterstützungskasse, aus welcher später fleißige aber unbemittelte Schüler eine Beihülfe zum Schulgeld oder zur Beschaffung der Lehrmittel erhalten sollen, hoffen wir nächstes Jahr ausführlicher Bericht erstatten zu können. Wir richten aber schon jetzt an diejenigen, denen das Gedeihen unserer Realschule am Herzen liegt, die ergebene Bitte, ihre opferfreudige Gesinnung zu bethätigen und auch in weiteren Kreisen dahin zu wirken, daß zu dem guten Zwecke die Beiträge recht reichlich fließen.

---

8. Verordnungen des hohen Königl. Ministeriums.

Generalverordnung vom 9./3. 82, betreffend 1) die Prüfung des Lehrplans der Realsch. II. Ordn. hinsichtlich seiner Ersprießlichkeit für die Vorbereitung auf die gewerblichen Berufsarten. 2) Die Schulgeldfrage und Errichtung von Freistellen. 3) Die Überbürdungsfrage.

Verordnung vom 5./4. 82, betr. die Aufnahme der Realschule zu Reudnitz in das Verzeichnis derjenigen Schulen, welche zur Ausstellung von Zeugnissen für den einjährig-freiwilligen Militärdienst berechtigt sind.

Desgl. vom 12./4. 82, betr. die Genehmigung der Anstellung des Herrn Kirmße.

Generalverordnung vom 20./4. 82, das Schulgeld betreffend.

Desgl. vom 8./7. 82, Änderungen und Nachträge zur Verordnung vom 29./1. 77 betr.

Verordnung vom 27./7. 82, betr. die Genehmigung zur Anstellung des Herrn Unger.

Desgl. vom 24./8. 82, betr. die Genehmigung zur Anstellung des Herrn Dr. Broglé.

Desgl. vom 30./9. 82, betr. die Ernennung des Herrn Dr. Schwabe zum Mitglied der Realschulkommission.

Verordnung vom 8./11. 82, das Verhalten der Schulbehörden bei dem Auftreten ansteckender Krankheiten in den Schulen betreffend.

Generalverordnung vom 15./11. 82, betr. die Einrichtungen zur Vorbildung für das höhere Schulamt.

---

9. Aufnahmebedingungen und sonstige Mitteilungen für das Elternhaus.

Die Anmeldung zur Aufnahme eines Schülers hat zugleich mit persönlicher Vorstellung desselben bei dem Direktor zu erfolgen. Vorzulegen sind Taufschein, Impfzeugnis, letzte Zensur und Abgangszeugnis von der bis dahin besuchten Unterrichtsanstalt und, wenn der anzumeldende Schüler bereits konfirmiert ist, der Konfirmationsschein.

Nach § 47 der Prüfungsordnung für die sächs. Realschulen ist die Vorbildung, an welche die Realschule anknüpft und welche sie deshalb vorfinden muß, im allgemeinen diejenige Elementarbildung, wie sie nach mindestens vierjährigem Besuche einer guten Bürgerschule von einem fleißigen und begabten Schüler erreicht sein wird. Daher wird zur Aufnahme in die unterste Klasse erfordert: Fertigkeit ein Diktat zu schreiben; Geläufigkeit im Lesen und Schreiben deutscher und lateinischer Schrift; Bekanntschaft mit der biblischen Geschichte des alten und neuen Testaments; Sicherheit in den vier Grundrechnungsarten mit gleichbenannten ganzen Zahlen.

Bei Schülern, welche nach Alter und Vorkenntnissen für eine höhere Klasse angemeldet werden, wird durch eine eingehende Prüfung ermittelt, für welche Klasse sie die Reife haben.

Die Aufnahme in die unterste Klasse darf gesetzlich nicht vor dem 10. Lebensjahre geschehen.

Das Schulgeld beträgt jährlich ℳ 75.00 bei vierteljährlicher Vorausbezahlung.

Zur Erhaltung und Vermehrung der Schülerbibliothek hat jeder Schüler am Anfang jedes Schuljahres ℳ 0.50 an die Bibliothekskasse zu entrichten.

Die Abmeldung hat mindestens 4 Wochen vor dem Abgang von seiten der Eltern oder des Vormundes schriftlich bei dem Direktor zu erfolgen.

Die Schule ist berechtigt, den Schülern, welche die erste Klasse ein Jahr mit Erfolg besucht haben, das Zeugnis über die wissenschaftliche Befähigung zum Einjährig-Freiwilligen-Militärdienste zu verabfolgen. (Nach dem betreffenden Gesetze muß die Berechtigung zum Einjährig-Freiwilligen-Dienste, welche erst auf Grund dieses Zeugnisses erworben wird, bei Verlust des Anrechts spätestens bis zum 1. Februar des Kalenderjahres, in welchem der Aspirant das 20. Jahr vollendet, bei der Königl. Prüfungskommission nachgesucht werden.)

Für jedes Halbjahr werden die häuslichen Aufgaben jeder Klasse nach einem bestimmten Arbeitsplan geregelt, und die von jedem Schüler in sein Aufgabenbuch einzutragenden Aufgaben sind gewöhnlich während der festgesetzten häuslichen Arbeitsstunden (von deren Einhaltung sich zu überzeugen die Lehrer gesetzlich befugt sind) pünktlich und sorgfältig zu fertigen. Wir richten daher an die Eltern unserer Schüler und an deren Vertreter die Bitte, dieselben wollen die Schüler nicht sogleich nach dem Unterrichte oder unmittelbar nach Tische zur Arbeit nötigen, aber während der festgesetzten Arbeitszeit jede mögliche Störung fern zu halten suchen und die Schüler wiederholt ermahnen, daß jede aufgegebene Arbeit womöglich noch an demselben Tage, an welchem sie gestellt ist, in Angriff genommen werde, nicht erst unmittelbar vor dem Tage, an welchem sie abgegeben oder hergesagt werden muß. Sollte dennoch ein Schüler mit Arbeit überbürdet erscheinen, so ist es im Interesse der Schule, wie vor allem auch des Knaben selbst, der sonst leicht an seiner Gesundheit geschädigt werden und die Freudigkeit an der Arbeit verlieren dürfte, durchaus Pflicht des Hauses, sich sofort mit der Schule in Verbindung zu setzen. Scheinbar geringfügige Umstände kommen dadurch zu beiderseitiger Kenntnis, und es läßt sich oft großer Schaden für die Zukunft verhüten durch zeitiges Vorbeugen und durch Beseitigung solcher scheinbaren Nebendinge.

---

10. Beginn des neuen Schuljahrs.

Montag den 2. April, vormittags 8 Uhr, Prüfung der nachträglich Angemeldeten.

Dienstag den 3. April, vormittags 8 Uhr, Einführung aller Schüler in ihre Klassen. — Nachmittags 2 Uhr, Beginn des Unterrichts.

---

11. Verzeichnis der eingeführten Schulbücher.

Alle Klassen:

Bibel. — Landesgesangbuch. — Berger, Liederschatz. Leipzig, Brandstetter. — Regeln und Wörterverzeichnis f. d. Rechtschreibung. Huhle, Dresden. — Ein vorschriftsmäßiges Reißbrett. Pinsel und Farben.

5. Klasse.

Zahn, bibl. Historien. 8. Aufl. Düsseldorf, A. Bagel. — Der religiöse Memorierstoff, Ausgabe f. Schüler. Huhle, Dresden 1882. — Deutsches Lesebuch für Realschulen. 1. Teil. Leipzig, Teubner 1882. — Panitz, Leitfaden f. d. Unterr. i. d. Grammatik d. d. Spr. 1. u. 2. Kreis. Leipzig, Klinkhardt 1881. — Rufer, exercices et lectures. Première partie. 2. Aufl. Bern, Schulbuchhandlung Antenen 1882. — Berthelt, Rechenschule 3., 4. u. 5. Heft. Ausg. B. Leipzig, Klinkhardt 1881. — Pütz, Leitfaden der Geographie. 18. Aufl. Freiburg, Herder 1881. — Lange, neuer Volksschulatlas. Braunschweig, Westermann. — Friedemann, Karte von Sachsen. Dresden, Huhle 1882. — Müller, dreistimmige Choräle. Leipzig, Brandstetter.

4. Klasse.

Zahn, bibl. Geschichten (siehe 5. Kl.). — Petermann, Vollst. Spruchbuch z. Luthers kl. Katechismus. Dresden, Huhle 1880. — Deutsches Lesebuch für Realschulen. 2. Teil. Leipzig, Teubner 1882. — Panitz, Leitfaden, 1. bis 4. Kursus (siehe 5. Kl.). — Wittstock, Französ. Sprachlehre. 2. Stufe. Leipzig, Klinkhardt. — Pütz, Leitfaden (siehe 5. Kl.). — Sydow, Schulatlas. 34. Aufl. Gotha, Perthes 1882. — Spieß u. Berlet, Weltgeschichte. 1. Teil. 12. Aufl. Hildburghausen, Kesselring 1881. — Wünsche, Flora von Sachsen. Leipzig, Teubner. Neueste Auflage. — Pokorny, Pflanzenkunde. 12. Aufl. Prag, Tempsky 1881. — Pokorny, Tierkunde. 16. Aufl. Ebendas. — Berthelt, Rechenschule. 6. Heft (siehe 5. Kl.). — Müller, Dreistimmige Choräle. Leipzig, Brandstetter.

3. Klasse.

Petermann, Spruchbuch (s. 4. Kl.). — Geerling, Deutsches Lesebuch. 2. Teil. Leipzig, Reißner 1880. — Panitz, Leitfaden. 1. bis 5. Kursus (s. 5. Kl.). — Plötz, Französ. Schulgrammatik. 28. Aufl. Berlin, Herbig 1882. — Bertram, Neues Übungsbuch z. Gebr. neb. d. Schulgr. v. Plötz. Bremen, Heinsius 1883. — Wershoven, Französ. Lesebuch. Cöthen, Schulze 1882. — Deutschbein, Lehrgang d. engl. Sprache. 6. Aufl. Cöthen, Schulze 1881. — Dittmar, Leitfaden der Weltgeschichte. Heidelberg, Winter. — Pütz, Leitfaden (s. 5. Kl.). — Sydow, Schulatlas (s. 4. Kl.). — Wöckel, Geometrie d. Alten. 12. Aufl. Nürnberg, Korn 1880. — Löwe, Aufg. z. kaufm. Rechnen. 1. Teil. Neueste Auflage. Leipzig, Klinkhardt. — Wünsche, Flora (s. 4. Kl.). — Pokorny, Pflanzenkunde (s. 4. Kl.). — Pokorny, Tierkunde (s. 4. Kl.). — Müller, Dreistimmige Choräle (s. 4. Kl.).

Außerdem: Ein gutes Reißzeug. — Zwei Winkel aus Holz.

2. Klasse.

Petermann, Spruchbuch (s. 4. Kl.). — Geerling, Deutsches Lesebuch. 2. Teil. (s. 3. Kl.) — Panitz, Leitfaden (s. 3. Kl.). — Buchner, Deutsche Dichtung. Essen, Bädecker. Neueste Auflage. — Plötz, Schulgrammatik (s. 3. Kl.). — Bertram, Neues Übungsbuch (s. 3. Kl.). — Wershoven, Französ. Lesebuch (s. 3. Kl.). — Deutschbein, Lehrgang (s. 3. Kl.). — Lüdecking, Engl. Lesebuch. 10. Aufl. Leipzig, Amelang 1882. — Spieß u. Berlet, Weltgeschichte. 1. u. 2. Teil (s. 4. Kl.). — Pütz, Lehrbuch der Geographie. 12. Aufl. Freiburg, Herder 1881. — Sydow, Schulatlas (s. 4. Kl.). — Schlömilch, Geometrie d. Maßes. 1. Teil. Leipzig, Teubner. — Wöckel, Geometrie (s. 3. Kl.). — Bardey, Arithmetische Aufgaben. 2. Aufl. Leipzig, Teubner 1882. — Löwe, Aufgaben. 2. Teil (s. 3. Kl.). — Dorner, Grundzüge d. Physik. Hamburg, Meißner. — Wünsche, Flora (s. 4. Kl.). — Pokorny, Pflanzenkunde (s. 4. Kl.). — Müller, Dreistimmige Choräle (s. 4. Kl.).

Außerdem: Ein gutes Reißzeug. — Ein zweites Reißbrett. — Eine Reißschiene. — Zwei Winkel aus Holz.

1. Klasse.

Holzweißig, Grundriß der Kirchengeschichte. Delitzsch, Pabst 1879. — Geerling, Deutsches Lesebuch. 3. Teil (s. 3. Kl.). — Buchner, Deutsche Dichtung (s. 2. Kl.). — Kluge, Deutsche Litteraturgeschichte. 13. Aufl. Altenburg, Bonde 1882. — Plötz, Schulgrammatik (s. 3. Kl.). — Bertram, Neues Übungsbuch (s. 3. Kl.). — Herrig et Burguy, La France littéraire. Braunschweig, Westermann 1881. — Köhler, Französ. Wörterbuch. Leipzig, Reclam 1881 (oder ein anderes französ. Wörterbuch). — Kade, Anleitung zur Erlernung der engl. Sprache. 8. Aufl. Hamburg, Händtke und Lehmkuhl 1880. — Lüdecking, Engl. Lesebuch (s. 2. Kl.). — Spieß u. Berlet, Weltgeschichte. 1. u. 2. Teil (s. 4. Kl.). — Pütz, Lehrbuch (s. 2. Kl.). — Sydow, Schulatlas (s. 4. Kl.). — Schlömilch, Geometrie (s. 2. Kl.). — Wöckel, Geometrie (s. 3. Kl.). — Bardey, Arithmetische Aufgaben (s. 2. Kl.). — Schlömilch, Logarithmentafeln. Leipzig, Teubner. — Löwe,

Aufgaben. 3. Teil (s. 3. Kl.). — Dorner, Grundzüge der Physik (s. 2. Kl.). — Bänitz, Lehrbuch der Chemie und Mineralogie. 1. Teil. Chemie. Berlin, Stubenrauch. — Pokorny, Illustrierte Naturgeschichte des Mineralreiches. Prag, Tempsky 1882.

Außerdem: Siehe 2. Klasse.

Vor dem Ankauf veralteter Ausgaben wird dringend gewarnt.

Unterstützungsbibliothek.

Für solche Schüler, deren Eltern den Ankauf des einen oder des andern der oben angeführten kostspieligeren Lehrbücher als eine allzudrückende Last empfinden, haben mehrere Verlagshandlungen in dankenswerter Weise der Direktion Freiexemplare zur Verfügung gestellt. Diese werden, soweit der Vorrat reicht, den bei dem Direktor der Realschule darum nachsuchenden Schülern für die Zeit geliehen, während welcher sie der betreffenden Klasse angehören.

Außer den im vorigen Jahresbericht aufgeführten 73 Bänden haben zu diesem Zwecke **geschenkt:**

Die Verlagshandlung O. Schulze in Cöthen: Je 3 Expl. Deutschbein, Lehrgang, und Wershoven, Französ. Lesebuch.

Abiturient H. Hoffmann: Wöckel, Geometrie.

Abiturient A. Kamm: Spieß und Berlet, 1. und 2. Teil.

Auch für diese Gaben sagt die Schule den freundlichen Gebern verbindlichsten Dank.

Bericht über die Kasse der Schülerbibliothek.

Einnahme.

Kassenbestand Ostern 1882	M	2.60.
Beiträge der Schüler	„	100.25.
Für 1 Zeugnis-Duplikat	„	—.50.
Für 2 Rufer, Exercices et Lectures	„	1.80.
Sa.	M	105.15.

Ausgabe.

Bücherrechnung vom 26. April 1882	M	49.60.
Bücherrechnung vom 9. Dezember 1882	„	53.40.
Sa.	M	103.—.

Zusammenstellung.

Einnahme	M	105.15.
Ausgabe	„	103.—.
Kassenbestand Ostern 1883:	M	2.15.

12. Ordnung der öffentlichen Osterprüfung.

Die Prüfung wird im Festsaal der Realschule in folgender Weise abgehalten:

Mittwoch, den 14. März:

Vormittags $\frac{1}{2}$8—9	Uhr	5. Klasse	Religionslehre	Obl.	Kirmße.
			Rechnen	„	Unger.
			Deutsche Sprache	„	Borges.
9—$\frac{1}{2}$11	„	4ᵇ. „	Französische Sprache	„	Dr. Broglé.
			Geographie	„	Schöpff.
			Deutsche Sprache	Kand.	Gutjahr.
$\frac{1}{2}$11—12	„	3ᵃ. „	Naturgeschichte	Obl.	Nestler.
			Rechnen	„	Unger.
			Englische Sprache	„	Dr. Broglé.
Nachmittags $\frac{1}{2}$3—4	„	4ᵃ. „	Französische Sprache	„	Siegert.
			Rechnen	„	Schöpff.
			Geographie	„	Burgkhardt.

Donnerstag, den 15. März:

Vormittags 8—$\frac{1}{2}$10	Uhr	3ᵇ. Klasse	Religionslehre	Obl.	Kirmße.
			Französische Sprache	„	Siegert.
			Geschichte	„	Dr. Grüner.
$\frac{1}{2}$10—$\frac{1}{2}$12	„	2. „	Geometrie	Dr.	Heubner.
			Naturgeschichte	Obl.	Nestler.
			Englische Sprache	„	Dr. Grüner.
			Physik	„	Borges.

Im Zeichensaale liegen von Mittwoch, den 14. März, bis Freitag, den 16. März, die Zeichnungen und Hefte der Schüler zur gefälligen Ansicht aus.

Die Entlassung der Abgehenden, die Versetzung der zurückbleibenden Schüler und die Austeilung der Zeugnisse findet

Freitag, den 16. März, vormittags 10 Uhr,

im Festsaale der Realschule statt.

Die geehrten Behörden, die Eltern und Pfleger unserer Schüler, sowie alle Freunde und Gönner der Realschule ladet zu diesen Schulfeierlichkeiten hierdurch im Namen des Lehrerkollegiums ehrerbietigst und ergebenst ein

Dr. **J. Heubner**, Dir.

Einladung zu den öffentlichen Prüfungen welche ... mit sämmtlichen Classen der Schulen zu Reudnitz, Realschule, Fortbildungsschule, Volksschule abgehalten werden sollen Nebst einem kurzen Jahresbericht
Bd.: 1878,1880 x0026 1881

1881